Federpendel

Zubehör:

Federn und Massen, Gabellichtschranke, ggf. Luftkissenbahn und Knetgummi, Speicheroszilloskop

Versuchsbeschreibung:

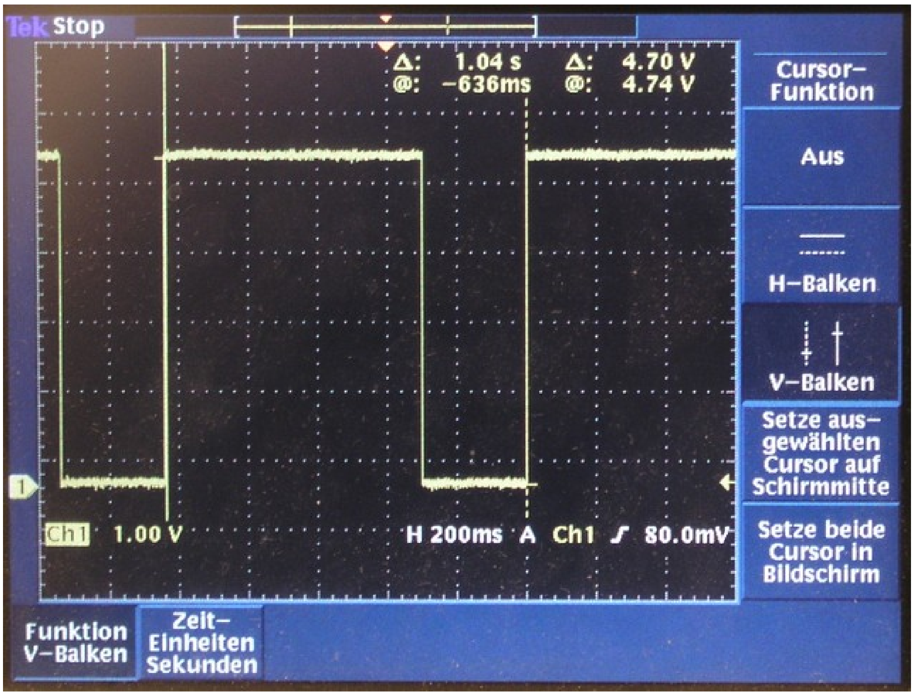

Abb. 1: Messung der Periodendauer.

Ein Federpendel wird nacheinander mit den Massen 30g 60g 90g 120g und 150g angeworfen und mit einer Lichtschranke die Periodendauern gemessen.

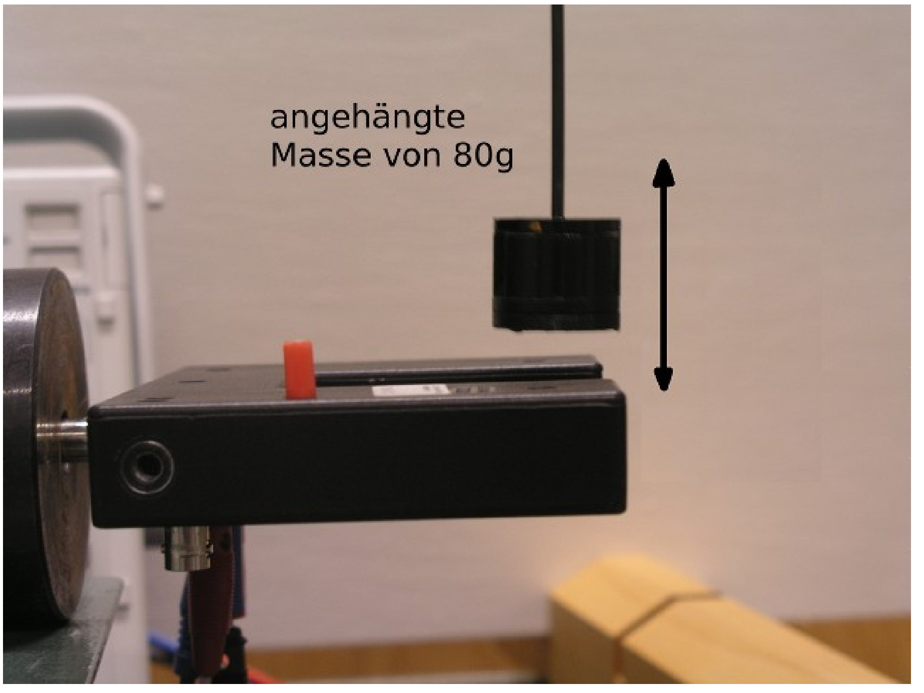

Abb. 2: Masseteller und Lichtschranke.

Der gleiche Versuch kann mit der Luftkissenbahn aufgebaut werden um die Gewichtskraft aus der Bestimmung der Federkonstanten herauszuhalten.

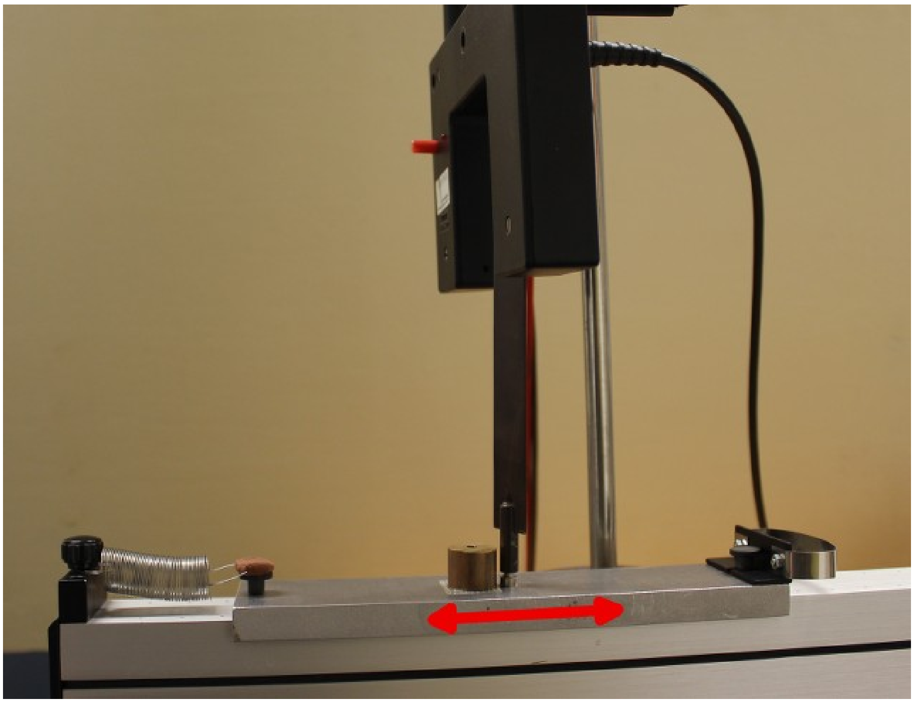

Abb. 3: Schwinger auf der Luftkissenbahn, Schwert leicht schräg gestellt, da die Amplitude relativ klein ist.

Bemerkungen:

Die Kreisfrequenz ω beim Federpendel hängt mit der Federkonstanten D, der Masse m und der Periodendauer T in der Form

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

zusammen. Die Messung der Periodendauer lässt also ein Rückschluss auf die Federkonstante zu.
Dies gilt allerdings nur für das horizontale Federpendel auf der Luftkissenbahn in dieser Form. Für die Berechnung eines hängenden Federpendels jedoch (insbesondere bei der Verwendung von Massen deren Masse in der Größenordnung der Masse der Feder liegt) muss die Masse der Feder mit in Betracht gezogen werden.

Die Bewegungsgleichungen für ideale Federschwinger gelten nur für „masselose“ Federn. Wenn die elastische Feder als massebehaftet angenommen wird und die Masse homogen verteilt ist, ergibt sich die Periodendauer der Schwingung zu

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m + \frac{1}{3} m_F}{D}} \quad .$$

Die Parameter m und m_F entsprechen der Masse des Pendelkörpers und der Masse der Feder. Die Gesamtlänge der Feder sei l, s sei die Entfernung zwischen der Aufhängung des Federschwingers und einem beliebigen Punkt auf der Feder. Ein Abschnitt der Feder mit der Länge ds hat dann die Masse

$$dm_F = m_F \cdot \frac{ds}{l} \quad .$$

Die Geschwindigkeit des Federabschnitts ist $v_F = \dot{x}\,\frac{s}{l}$, denn sie steigt linear mit zunehmender Entfernung von der Aufhängung. Daraus folgt für die kinetische Energie eines Federabschnitts

$$dE_{kin}, F = \frac{1}{2} \cdot dm_F \cdot v_F^2$$

oder mit den Ausdrücken für einen Abschnitt der Feder und seiner Geschwindigkeit:

$$dE_{kin,F} = \frac{1}{2} \cdot m_F \cdot \frac{ds}{l} \cdot \dot{x}^2 \cdot \frac{s^2}{l^2} = \frac{1}{2} \cdot m_F \cdot \dot{x}^2 \cdot \frac{1}{l^3} \cdot s^2\,ds$$

Die gesamte kinetische Energie der Feder erhält man durch Integrieren:

$$E_{kin,F} = \int dE_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m_F \cdot \dot{x}^2 \cdot \frac{1}{l^3} \cdot \int_0^l s^2\,ds$$

also

$$E_{kin,F} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} m_F \cdot \dot{x}^2 \quad .$$

Die kinetische Energie eines massebehafteten Federschwingers unter Berücksichtigung des Pendelkörpers ist demnach

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot \left(m + \frac{1}{3} m_F \right) \cdot \dot{x}^2$$

Man erkennt, dass sich ein Drittel der Federmasse so verhält, als wäre sie ein Teil des Pendelkörpers. Daraus folgt die Periodendauer für eine Pendel unter Berücksichtigung der Masse der Feder.

Für die Periodendauer gilt

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m + \frac{1}{3} m_F}{D}}$$

Damit kann experimentell die Federkonstante ermittelt werden. Dazu gibt es in den Unterlagen eine vorbereitete Tabellenkalkulationsdatei in die die gemessenen Werte einzutragen sind.

Quelle: http://de.wikipedia.org/wiki/Federpendel (Nov. 2009)