

Zur Analyse nichtsymmetrischer Ähnlichkeitsurteile: Ein dimensionales Driftmodell, eine Vergleichshypothese, Tversky's Kontrastmodell und seine Fokushypothese

Claus Möbus

Psychologisches Institut der Universität Heidelberg

(Angenommen am 17. November 1977)

„Symmetrisch“ ist das Weltbild der Schwachsinnigen. (Knauer, 1979)

Résumés

Die Ähnlichkeit zwischen Personen oder Objekten wird oft als nicht symmetrisch beurteilt. Die bisher verwendeten Methoden (z. B. multidimensionale Skalierungsverfahren) gingen bei der Analyse von Ähnlichkeitsbeurteilungen aber fast immer von symmetrischen Daten aus. Nichtsymmetrien wurden als „Fehler“ angesehen, die durch die mangelnde „Reliabilität“ der Beurteiler hervorgerufen wird. Tversky (1976a) schlägt ein *mengentheoretisches Kontrastmodell* und eine *Fokushypothese* zur Abbildung nichtsymmetrischer Ähnlichkeitsurteile vor. Nach der Fokushypothese kommen Nichtsymmetrien in der Beurteilung durch eine unterschiedliche Aufmerksamkeitsverteilung für Vergleichsobjekt (VSU) und Vergleichsstandard (VST) zustande. Es läßt sich aber auch zeigen, daß die *multidimensionale Skalierung* (MDS) „ausbaufähig“ ist, sodaß Nichtsymmetrien als relevante Information angesehen werden. Hierzu werden einige Konzepte der Lewin'schen Feldtheorie in die multidimensionale Skalierung eingefügt. Dieses geschieht mit der Annahme begünstigter Vergleichsrichtungen („Drift“). Ferner wird der Tversky'schen *Fokushypothese* eine *Vergleichshypothese* gegenübergestellt, die, wie im empirischen Teil gezeigt wird, ebenso wie die Fokusthese Nichtsymmetrien bei der Ähnlichkeitsbeurteilung kurzer zusammengesetzter Signale (Morse-signale) vorhersagen kann. Während die Fokushypothese von der Annahme unterschiedlicher Aufmerksamkeitszuordnungen ausgeht, um die Nichtsymmetrien des Ähnlichkeitsurteils zu erklären, zieht die Vergleichshypothese Vermutungen über die verschiedenen Häufigkeiten komponentenspezifischer Ähnlichkeitsurteile heran. Dabei wird ein Reiz aus mehreren Komponenten zusammengesetzt gedacht, die beim Ähnlichkeitsvergleich einzeln miteinander auf Identität bzw. Ähnlichkeit verglichen werden.

Often the similarity between Ss and objects is judged in a nonsymmetric way. Nearly all methods (e. g. multidimensional scaling) assume symmetric data. Nonsymmetries are related to the nonreliability of judgments. Tversky (1976a) proposed a set-theoretic contrastmodel and a

focushypothesis which want to describe and explain nonsymmetric similarity judgments. It is the purpose of this paper to show that the multidimensional scaling methods can take into account nonsymmetries, too. This is done by proposing a driftmodel and a comparison hypothesis. The driftmodel incorporates some ideas of Lewin's field theory, whereas the comparison hypothesis leans heavily on feature matching theory. Both approaches are compared using Rothkopf's Morse Code data ("percent'same'judgments"). In the last part of the paper we discuss some psychological and heuristic problems when testing axioms of measurement models.

1. Einleitung

Daten, die das Ausmaß einer Ähnlichkeitsbeziehung zwischen Reizen oder Reaktionen widerspiegeln, werden oft zur Schätzung von Skalenwerten dieser Reize (und weniger oft dieser Reaktionen) herangezogen (zur Kritik an dieser Forschungs-, „gewohnheit“ s. a. Dawes, 1963). Neben eindimensionalen Verfahren (s. a. Bock & Jones, 1968) erfreuen sich besonders multidimensionale Methoden großer Beliebtheit (s. a. Richardson, 1938; Torgerson, 1958; Shepard *et al.*, 1972; Romney *et al.*, 1972; Kruskal, 1977 und in der deutschsprachigen Literatur: Ahrens, 1974; Schulz, 1975; Kühn, 1976; Möbus, 1976). Zur Kritik an diesen Verfahren sei auf Boyd, (1972) und Kalveram (1968, 1971) verwiesen. Die bisher verwendeten Verfahren konnten auch nicht auf spezielle Eigenarten von Ähnlichkeitsurteilen eingehen. So weisen diese of systematische Nichtsymmetrien (der Art: a ist b ähnlicher als b dem Reiz a) auf. Tversky (1976) stellte nun ein nichtdimensionales mengentheoretisches Kontrastmodell vor und leitete daraus eine ‚Fokushypothese‘ ab, die die Nichtsymmetrien erklären soll. Nach dieser Hypothese können Nichtsymmetrien u. a. durch unterschiedliche Gewichtung (Fokussierung) der einzigartigen und verschiedenen Aspekte von Vergleichsobjekt (VSU) und Vergleichsstandard (VST) zustande kommen. Die Analyse eines Datensatzes von Rothkopf (1957) zur Ähnlichkeitsbeurteilung von Morsesignalen widerspricht dieser Hypothese nicht.

Demgegenüber kann man aber zeigen, daß im Rahmen eines vorerst eher deskriptiven Ansatzes auch bei multidimensionalen Skalierungsmodellen die Nichtsymmetrie der Ähnlichkeitsurteile berücksichtigt werden kann. Dieses geschieht durch die Annahme von Richtungsfeldern (Drift): Im latenten psychologischen Ähnlichkeitsraum sollen bestimmte Ähnlichkeitsurteile erleichtert und andere erschwert sein. Dieses Feldkonzept ist – wie gezeigt wird – vereinbar mit anderen Theorien (z. B. dem feature-matching). Als Beispiel hierfür wird eine ‚Vergleichshypothese‘ aufgestellt. Danach hängt bei einem Ähnlichkeitsurteil die hypothetisch angenommene Zahl der durchgeführten Vergleiche zwischen VSU und VST von der Komponentenzahl des VSU ab.

Da die MDS nur dazu dient, eine dimensionale Basis für die Drift zu liefern, die sich aber nur nach der Reizkonfiguration richtet, umgehen wir einige Probleme, die der MDS anhängen: Rotationsprobleme bei der Skalenwahl, Interpretationsprobleme der Skalen.

Beide Modelle wurden auf den gleichen Datensatz von Rothkopf (1957) angesetzt; dabei übernahmen wir die von Tversky (1976) angegebenen Ergebnisse. Die abgeleiteten Hypothesen und theoretischen Schlüsse scheinen in beiden Fällen weitgehend gleich zu sein. Es zeigt sich darüber hinaus, daß die sorgfältige Axiomatisierung des Tversky-Modells gegenüber dem nicht axiomatisierten Ansatz des Driftmodells¹ bei der Hypothesenprüfung keinen Vorteil bringt, wenn das Reizmaterial nicht „herstellbar“ ist, wie es in der Feldforschung die Regel sein wird. Die Axiomatisierung setzt nämlich u. a. eine vollständig faktoriell (im Sinne der Varianzanalyse) aufgebaute Reizpaarmenge voraus, was auf alltägliche und natürlich vorfindbare Reize (z. B. Personen, Politiker, semantische Konzepte, Länder, Gesichter, Photos oder aber auch Morsesignale nicht zutrifft. Der erste Faktor wird durch die gemeinsamen Aspekte der beiden Reize, der zweite Faktor durch die einzigartigen Aspekte des ersten Reizes (z. B. VSU) und der dritte Faktor durch die einzigartigen Aspekte des zweiten Reizes (z. B. des VST) gebildet. Für die Axiomatisierung der MDS gilt ebenfalls eine faktorielle Struktur des Reizmaterials. Jedoch wird hier nur der faktorielle Aufbau der Reizdimensionen gefordert.

„... Für die Anwendung dimensionaler Strukturen sind die Ähnlichkeitsdaten aufgrund eines n -faktoriellen Versuchsplanes zu erheben, da die Menge A ein kartesisches Produkt von n Mengen A_1, \dots, A^n ist. Diese n Mengen entsprechen den n Dimensionen einer mehrdimensionalen Eigenschaft, von denen bei der Anwendung auszugehen ist.“ (Orth, 1974, S. 88).

Lassen die Reize die Überprüfung der Axiome nicht zu, ist ein axiomatisiertes Modell leider auch nur deskriptiv. Tversky (1976b) ist sich bei der Analyse seiner Datensätze (u. a. Ländernamen) dieser Problematik bewußt. Sie spiegelt ein Dilemma wider, das sich durch die ganze Psychologie zieht und durch den Widerspruch von Herstellbarkeit und externer Gültigkeit geprägt ist. Eine Mittelstellung nimmt dabei das durch „ausgewählte Realisation“ (Holzkamp, 1964, S. 24) durchgeführte Quasiexperiment ein.

2. Ähnlichkeit

„Ähnlichkeit“ kann in dreierlei Hinsicht Gegenstand wissenschaftlicher Betrachtung sein.

- a) „Ähnlichkeit“ als Begriff der Sprache und als Objekt des Sprachspieles
- b) „Ähnlichkeit“ als Phänomen
- c) „Ähnlichkeit“ als Konstrukt

Eine Analyse der Sprachlogik des Ähnlichkeitsbegriffes nahm Westmeyer (1969) vor. Sein Ziel war es:

„... die Sprachlogik des Ähnlichkeitsbegriffes analysieren, d. h. die Regeln des Sprachspieles, dessen Gegenstand der Begriff ist, ermitteln. Wir betrachten also die Grammatik der Wörter „ähnlich“ bzw. „ähnlicher“ bzw. „ähnlich im Grade r “, so, wie sie den Gebrauch dieser Worte innerhalb der Umgangssprache regelt.“ (Westmeyer, 1969, S. 13)

Die Analyse des Ähnlichkeitsbegriffs erfolgt entsprechend seiner Verwendung auf den drei Stufen: kategoriale, komparative und quantitative Stufe. Auf der kategorialen Stufe wird Ähnlichkeit als zweistellige Relation „ x ist y ähnlich“ verwendet. Auf der komparativen Stufe wird Ähnlichkeit als vierstellige Relation: „ x ist y ähnlicher aus u dem v ist“ verstanden. Dabei werden gewisse Tupel von x , y , u , v ausgeschlossen, weil sie unsinnig sind (z. B. „ x ist y ähnlicher als u dem u ähnlich ist“). Auf dieser Stufe arbeiten auch die nonmetrischen Skalierungsverfahren. Eine Methode, die explizit nur diese vierstelligen Relationen benutzt, findet sich bei Möbus (1976). Auf der quantitativen Stufe wird Ähnlichkeit als zweistellige Funktion „der Ähnlichkeitsgrad von x und y ist r “ angesehen. Auf der kategorialen Stufe kann ‚Ähnlichkeit‘ als nichtsymmetrische², nichtreflexive, nichttransitive und nichtkonnexe Relation charakterisiert werden (s. a. Yaari, M. E., 1971, S. 12f.). Auf der komparativen Stufe schlägt Westmeyer (1969, S. 14) vor, die Ähnlichkeitsrelation als asymmetrisch, irreflexiv, transitiv und konnex zu charakterisieren. Die Auswahl der Eigenschaften der Relation ist aber nicht so eindeutig wie auf der kategorialen Stufe.

So kann die Asymmetrie durch die mangelnde Urteilsreliabilität bewirkt werden, dodaf vielleicht ‚Nichtsymmetrie‘ eine bessere Charakterisierung wäre. Darüber hinaus kann auch die Transitivität verletzt sein.

Auf der quantitativen Stufe können nach Westmeyer noch keine Angaben gemacht werden:

„...Ebenso wie eine induktive Logik als Theorie des quantitativen Begriffs des Bestätigungsgrades begründet wurde, wäre eine Logik der Ähnlichkeit als Theorie des quantitativen Begriffs des Ähnlichkeitsgrades zu konzipieren. Eine solche Disziplin existiert jedoch noch nicht.“ (Westmeyer, 1969, S. 15)

‚Ähnlichkeit‘ wird als *Konstrukt* in einer Reihe von psychologischen Theorien verwendet, so z. B. als Organisationssprinzip (Wertheimer, 1923; Koffka, 1935; Attneave, 1950), als Assoziationsprinzip (James, 1890, Wundt, 1920, S. 272f.) und als Transferprinzip (Robinson, 1927; Bruce, 1933; Osgood, 1949; Kalish, 1969; Shepard, 1957, 1958 a, b). Dabei stammen die Theorien u. a. aus den Bereichen der Informationsverarbeitung, Lernpsychologie, Personwahrnehmung und Psycholinguistik.

In diesen Forschungsbereichen zeigt sich immer wieder die Gefahr, ‚Ähnlichkeit‘ als Erklärungsprinzip heranzuziehen, ohne die ex post facto Maße der

¹ Die Bestimmung bevorzugter Richtungen (Drift) setzt hier die Vorschaltung einer multidimensionalen Skalierung voraus, deren Axiomatisierung aber geleistet und in einer Reihe von Arbeiten niedergelegt ist (Beals und Krantz, 1967; Beals, Krantz und Tversky, 1968; Krantz, 1968; Tversky und Krantz, 1970; s. a. Orth, 1974, S. 82–90).

² Westmeyer (1969, S. 14) schlägt zusammenfassend „symmetrisch“ und „totalreflexiv“ vor. Die unten aufgeführten Beispiele zeigen aber die Nichtsymmetrie der Relation. Nichtreflexivität liegt deshalb vor, weil es in Wahrnehmungsexperimenten vorkommen kann, daß bestimmte Reize nicht identifiziert oder als gleich bzw. ähnlich angesehen werden. So enthält die Tabelle 1 in der Hauptdiagonalen keine ‚percent same judgment‘ von 100.

„Ähnlichkeit“ durch a priori Maße zu ersetzen. So ist es nicht verwunderlich, daß die Erklärungen von Phänomenen durch den Ähnlichkeitsbegriff zu tautologischen Umbenennungen degenerieren: Man verwechselt Objekte, weil sie sich so ähnlich sind. Dabei wird die Ähnlichkeit z. B. über das Ausmaß der Verwechslungshäufigkeiten definiert.

In dieser Untersuchung gilt das Interesse speziell der subjektiven *Beurteilung* von Ähnlichkeit. Die durch bestimmte Verhaltensakte erschlossene Ähnlichkeit (Analyse von Verwechslungen bei Reiz-Reaktionsverknüpfungen und der Nichtsymmetrie bei Reiz-Reizverbindungen) wie sie z. B. von Trier, 1931, 1934; Clarke, 1957; Shepard, 1957; Luce, 1959, 1963; Underwood und Schulz, 1960; Ash und Ebenholtz, 1962; Deese, 1962; Garner, 1962; Hodge und Pollack, 1962, Paivio und Oliver, 1964; Paivio, 1965; Atkinson und Kinchla, 1965; Horowitz, Norman und Day, 1966; Kusyszyn und Paivio, 1966; Tulving und Pearlstone, 1966; Paivio, 1967, Tack, 1968, Townsend, 1971; Nakatani, 1972; Smith und Jones, 1975; Smith, Wilson und Jones, 1975 betrachtet wird, soll nur am Rande behandelt werden, zumal hier die Gefahr von definitorischen Zirkelschlüssen besonders groß ist.

Es soll vielmehr die Frage aufgeworfen werden, ob zum *Phänomen* nichtsymmetrischer Ähnlichkeitsbeurteilungen Hypothesen entwickelt und getestet werden können.

Symmetrie erschien lange als notwendiger Aspekt einer Ähnlichkeitsbeziehung. Grundlage hierfür ist die Interpretation der Ähnlichkeit als partieller Identität zwischen den Objekten. Diese offensichtlich statische Auslegung von Ähnlichkeit wird z. B. von Tversky vertreten. Sie ist offensichtlich von mengentheoretischen Überlegungen geprägt. Es sind aber auch dynamische Interpretationen möglich, die z. B. vom Assoziations-, Transfer-, Interaktions- oder Kraftbegriff ausgehen. Da Identität symmetrisch ist, ist es auch die partielle Identität und die damit verknüpfte Definition der Ähnlichkeit. Mit geeigneten Erhebungsmethoden, die diesem statischen Konzept nicht verpflichtet sind, lassen sich aber leicht Daten finden, die eine systematisch nichtsymmetrische Struktur besitzen.

So verweist Hofer (1970, S. 5) in einer Arbeit über implizite Persönlichkeitstheorien auf diesen Fall:

„Dieses Axiom (Anm. d. Autors: das Symmetrieaxiom für Distanzen) wird ... dann verletzt, wenn man die Eigenschaften nicht nach Ähnlichkeit beurteilen läßt, sondern etwa in Anlehnung an die direkte Methode von Indow & Uchizono (1960) vorgeht. Dabei geben die Versuchspersonen beispielsweise an, wie wahrscheinlich es ist, daß ein ‚genialer‘ Mensch auch ‚intelligent‘ sei. Es ist nun leicht einzusehen, daß man geneigt ist, einen ‚genialen‘ Menschen eher als ‚intelligent‘ anzusehen als einen ‚intelligenten‘ Menschen als ‚genial‘, daß also $d_{ij} \neq d_{ji}$ ist.“

Ein weiteres Beispiel für eine unsymmetrische Proximitätsbeziehung zwischen Reizen stammt aus der Alltagserfahrung. Junge Eltern hören immer wieder den Ausspruch: „Das Baby ist aber dem Vater/Mutter wie aus dem Gesicht geschnitten“. Das Baby wird also den Eltern ähnlicher erlebt als die Eltern dem Baby.

Das dritte Beispiel für nichtsymmetrische Proximitätsmatrizen stammt aus einem Reizbeurteilungsexperiment von Rothkopf (1957) (Tabelle 1). Die Vpn wurden aufgefordert, die Identität von kurz hintereinander ertönenden Morsesignala paaren zu bestätigen oder zu verneinen. Wir können z.B. der Tabelle entnehmen, daß 13% der Vpn das Morsesignal A (·-·) und das Signal D (-··) für identisch hielten.

3. Tversky's mengentheoretisches Kontrastmodell

In den meisten Fällen werden Ähnlichkeitsdaten mit geometrischen Modellen analysiert, die auf der Basis dreier Grundaxiome³ formuliert werden:

1. Positivität	$d_{ij} \geq d_{ii} = 0$
2. Symmetrie	$d_{ij} = d_{ji}$
3. Dreiecksungleichung	$d_{ij} + d_{jk} \geq d_{ik}$
wobei: $d_{ij} = g(s_{ij})$ und	d_{ij} = Distanz zwischen i und j
	s_{ij} = Ähnlichkeit zwischen i und j
	g = monoton abfallende Funktion

Der Hauptvertreter dieser Modellfamilie ist die multidimensionale Ähnlichkeitsskalierung (MDS). Sie ist trotz der periodisch wiederkehrenden Kritik an ihr ein weitverbreitetes Instrument der psychologischen Methodik (s.a. Ahrens, 1974; Feger, 1976 a, b).

In dieser Arbeit gilt das Interesse hauptsächlich dem Axiom 2. Da die MDS Symmetrie fordert, die Daten diese Forderung in den oben geschilderten Fällen nicht erfüllen, werden die Nichtsymmetrien als zufällige Abweichungen von der Symmetriehypothese interpretiert und über metrischen oder nonmetrischen Fehlerausgleich symmetrisiert. Tversky schließt aus diesem Vorgehen:

„The metric and dimensional assumptions that underly the geometric representation of similarity are questioned on both theoretical and empirical grounds“. (Tversky, 1976, S. 1)

Er schlägt daher ein neues mengentheoretisches Modell vor:

„A new set-theoretical approach to similarity is developed in which objects are represented as collections of features, and similarity is described as a feature-matching process. Specifically, a set of qualitative assumptions is shown to imply the contrast model which expresses the similarity between objects as a linear combination of the measures of their common and distinctive features. (Tversky, 1976, S. 1)“

³ weitere Axiome sind: Lösbarkeit, Unabhängigkeit, schwache Monotonie, gemeinsame Unabhängigkeit, Doppelaufhebung (s. a. Orth, S. 86f.).

Das Modell soll dabei eine Reihe empirischer Phänomene erklären helfen:

„... the role of common and distinctive features, the relations between judgments of similarity and difference, the presence of asymmetric similarities, and the effects of context on judgments of similarity. (Tversky, 1976, S. 1)“

Das Modell steht auch mit anderen nichtdimensionalen Verfahren zur Analyse von Ähnlichkeiten in Beziehung:

„The contrast model generalizes standard representations of similarity data in terms of clusters and trees. It is also used to analyze the relations of prototypicality and family resemblance“. (Tversky, 1976, S. 1)

Jedes Objekt a , b , c wird als aus einer Menge von Aspekten (features) zusammengesetzt gedacht (s. a. Jakobson, Fant und Halle, 1961; Neisser, 1967; Gibson, 1969; Tversky, 1972; Smith, 1973; Smith, Shoben und Rips, 1974; Smith, Wilson und Jones, 1975; Smith und Jones, 1975). Die Ähnlichkeitsbeurteilung zwischen den Objekten a , b , c erfolgt über einen Aspektvergleichsprozess („feature matching“). Wichtig ist hierbei für den Untersucher die Kenntnis der relevanten Aspekte. Das mag bei Schemagesichtern noch relativ einfach sein, dürfte aber bei realen Personen (z. B. Politiker) oder abstrakten Ideen unmöglich sein. Gerade hierbei ist aber der entscheidende Unterschied zur MDS zu sehen. Sie verzichtet ja gerade auf die Apriorikennntnis⁴ der Komponenten (bzw. Dimensionen) und will vielmehr in den meisten Fällen ein Hilfsmittel sein, Hypothesen über die Dimensionen der Aspekte zu generieren. Andererseits liegt aber auch hier die schwache Stelle des Verfahren, worauf Kritiker immer wieder hinweisen. (s. a. Shepard, 1974).

Das Kontrastmodell beinhaltet folgende Annahmen:

A1 Vergleich („matching“)

$$s(a, b) = F(A \cap B, A - B, B - A)$$

wobei: $s(a, b)$ = Ähnlichkeit zwischen a und b

$A \cap B$ = Menge der gemeinsamen Aspekte von a u. b

(1. Komponente/Argument von F)

$A - B$ = Menge der Aspekte, die für a gegenüber b einzigartig sind

(2. Komponente/Argument der matching function F)

$B - A$ = Menge der Aspekte, die für b gegenüber a einzigartig sind

(3. Komponente/Argument der Ähnlichkeitsfunktion F)

F = reelle Ähnlichkeitsfunktion in drei Argumenten

a, b = Reize mit Aspektmenge A, B

Andere Autoren verwenden ähnliche Konzepte. So setzt Restle (1959, 1961) Ähnlichkeit als Funktion der gemeinsamen Aspekte und Unähnlichkeit als Funk-

⁴ bei der Prüfung der Axiomatik geht dieser Vorteil aber wieder verloren, weil die Reizmenge faktoriell aufgebaut sein muß: also müssen die objektiven Reizdimensionen bekannt sein. Damit ist aber noch nicht die Frage geklärt, ob die Beurteiler diese Dimensionen auch „verwenden“.

tion verschiedener einzigartiger Aspekte an. Zimmer (1976) verwendet die symmetrische Mengendifferenz als Maß für Unähnlichkeit. Tversky schlägt also ein flexibleres Maß vor, das eine Reihe von bekannten Indices als Spezialfälle erscheinen läßt. Allerdings lassen sich mit dieser mengentheoretischen Definition Synästhesien (kreuzmodale Ähnlichkeiten) weder beschreiben noch erklären (s. a. Werner, 1963; Gregson, 1975).

A2 Monotonie

$s(a,b) \geq s(a,c)$ immer wenn $A \cap B \supset A \cap C$, $A-B \subset A-C$ und $B-A \subset C-A$
wobei: $A \cap B \supset A \cap C$ Die Gemeinsamkeiten von a, c sind eine Teilmenge der Gemeinsamkeiten von a, b

$A-B \subset A-C$ Die gegenüber b einzigartigen Aspekte von a sind eine Teilmenge der gegenüber c einzigartigen Aspekte

$B-A \subset C-A$ Die gegenüber a einzigartigen Aspekte von b sind eine Teilmenge der gegenüber a einzigartigen Aspekte von c

Als Beispiel seien die Buchstaben E, F und I gewählt, die aus Mengen von Quer- und Vertikalstrichen bestehen:

$s(E, F) \geq s(E, I)$ weil	$E \cap F \supset E \cap I$	$E-F \subset E-I$	$F-E \subset I-E$
	$F \supset I$	$_ \subset _$	$\emptyset \subset \emptyset$

Die Ähnlichkeit steigt mit der Zahl gemeinsamer und/oder mit dem Fortfall einzigartiger Komponenten.

A1 und A2 bilden die Grundlage einer Vergleichsfunktion („matching function“). Sie gibt entsprechend zu den Distanzfunktionen in geometrischen Modellen den Grad der Ähnlichkeit zweier Objekte an. Als drittes Axiom führt Tversky das Unabhängigkeitsaxiom A3 ein. Dazu muß noch die Gleichheit von Reizpaaren hinsichtlich ihrer gemeinsamen und verschiedenen Aspekte fixiert werden. Die Reizpaare (a, b) und (c, d) können auf bis zu drei Argumenten (Komponenten) der Ähnlichkeitsfunktion übereinstimmen:

$$(A \cap B) \approx (C \cap D), \quad (A-B) \approx (C-D), \quad (B-A) \approx (D-C)$$

Äquivalenz der Gemeinsamkeiten Äquivalenz der Einzigartigkeiten von
A, C bzw. B, D

Dabei ist die Relation \approx so definiert:

$$V \approx W \quad \text{wenn } F(V, Y, Z) = F(W, Y, Z) \text{ oder } F(X, V, Z) = F(X, W, Z) \\ \text{oder } F(X, Y, V) = F(X, Y, W), \text{ d. h. die Ähnlichkeit}$$

bleibt gleich, wenn das Argument V dem Argument W äquivalent ist.

Stimmen nun die Reizpaare in folgender Weise in ihren Komponenten X,Y,Z überein (beliebige Zuordnung der X,Y,Z zu den Argumenten der Ähnlichkeitsfunktion F), kann man Axiom 3 formulieren:

	(a, b)	(c, d)	(a', b')	(c', d')	
(a,b)	III	II	I	0	III = Gleichheit aller Komponenten
(c,d)	II	III	0	I	II = Gleichheit zweier Komponenten (X,Y)
(a',b')	I	0	III	II	I = Gleichheit der verbleibenden dritten Komponente (Z)
(c',d')	0	I	II	III	

A3 Unabhängigkeit

$$s(a, b) \geq s(a', b') \text{ nur wenn } s(c, d) \geq s(c', d')$$

Ordnen wir die Ähnlichkeitsdaten in einen Quader, der durch die Achsen X,Y,Z = $A \cap B$, $A-B$, $B-A$ aufgespannt wird, sehen wir, daß das Unabhängigkeitsaxiom die gleiche Rangordnung je zweier „diagonaler“ Ähnlichkeiten in jeder Scheibe des Datenquaders fordert. Damit ist dieses Axiom in seiner Struktur identisch mit dem Axiom der gemeinsamen Unabhängigkeit von X und Y gegenüber Z in polynomisch verbundenen Meßstrukturen in drei Variablen (s. a. Orth, 1974, S. 65, S. 73ff).

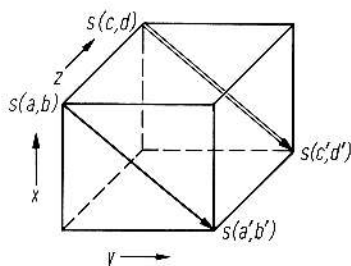


Abb.1: Struktur der Reizpaare hinsichtlich gemeinsamer und diskrepanter Aspekte mit der Forderung nach doppelter Unabhängigkeit

Die diagonalen Pfeile (s. Figur 1) müssen in die gleiche Richtung weisen. Die Ausprägung der dritten Komponente Z hat damit keinen Einfluß auf die Rangordnung der Ähnlichkeiten, die durch simultane Veränderung der Komponenten X, Y gewonnen werden.

Wir wollen das Axiom an den Schemagesichtern (Abb. 3 aus Tversky, 1976) demonstrieren.

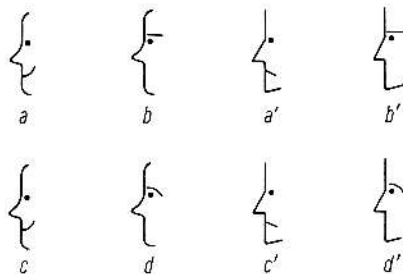


Abb. 2: Reize zur Darstellung des Unabhängigkeitsaxiom

Die Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen den Reizen ergeben sich nach:

$A \cap B$	$= C \cap D$	$=$ rundes Profil	$= X$
$A' \cap B'$	$= C' \cap D'$	$=$ eckiges Profil	$= X'$
$A-B$	$= C-D$	$=$ lachender Mund	$= Y$
$A'-B'$	$= C'-D'$	$=$ unfreundlicher Mund	$= Y'$
$B-A$	$= B'-A'$	$=$ gerade Augenbraue	$= Z$
$D-C$	$= D'-C'$	$=$ gebogene Augenbraue	$= Z'$

Das Unabhängigkeitsaxiom fordert:

$$\begin{aligned}
 s(a, b) &= F(A \cap B, A-B, B-A) = F(X, Y, Z) \geq F(X', Y', Z') \\
 &= F(A' \cap B', A'-B', B'-A') = s(a', b') \text{ nur wenn:} \\
 s(c, d) &= F(C \cap D, C-D, D-C) = F(X, Y, Z') \geq F(X', Y', Z) \\
 &= F(C' \cap D', C'-D', D'-C') = s(c', d')
 \end{aligned}$$

Die Fixierung bzw. die Auswahl einer Stufe des dritten Faktors (Z oder Z') wirkt sich nicht auf die Rangordnung der Ähnlichkeiten aus, wenn die ersten beiden Komponenten in den korrespondierenden Ähnlichkeitsfunktionen ($s(a, b)$, $s(c, d)$) bzw. ($s(a', b')$, $s(c', d')$) gleich sind.

Wollen wir z. B. die gemeinsame Unabhängigkeit von X, Y gegenüber Z überprüfen, müssen wir vier Reizpaare (a, b) , (c, d) , (a', b') , c', d') so wählen, wie es in Abbildung 2 dargestellt ist.

Die Rangordnungen der diagonalen Ähnlichkeiten (= Effekte der Gemeinsamkeits- und Unterschiedsfaktoren) müssen dann *unabhängig* von der jeweiligen Ausprägung der einzigartigen Aspekte Z und Z' sein. In Abbildung 3 ist der Quader aus Abbildung 1 entlang der Z -Achse in Scheiben aufgeschnitten worden. Innerhalb jeder Scheibe müssen die gleichen Rangordnungen vorkommen.

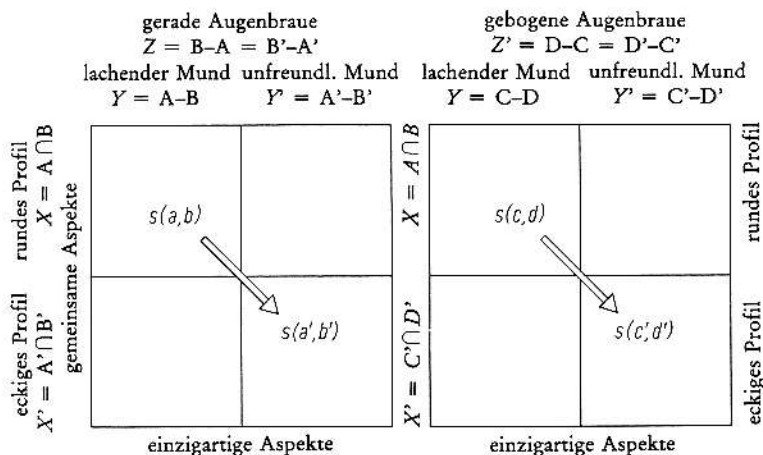


Abb. 3: Darstellung des Unabhängigkeitsaxioms (stimmen Reizpaare auf zwei Faktoren überein, ist die Rangreihe der „diagonalen“ Ähnlichkeiten unabhängig von der Ausprägung des dritten Faktors Z)

Als technische Axiome kommen noch die Lösbarkeit A4 und die Invarianz A5 hinzu. A4 fordert eine reichhaltige und lückenlose Datenstruktur im Sinne der faktoriellen Vollständigkeit der Reizpaarstruktur. Das Invarianzaxiom A5 sichert die Äquivalenz von Intervallen über alle Faktoren hinweg. Für Details sei auf Tversky (1976) verwiesen. Unter der Annahme von A1 – A5 und auf der Basis von Ergebnissen aus früheren meßtheoretischen Arbeiten (Tversky und Krantz, 1970; Krantz, Luce, Suppes und Tversky (1971) kann Tversky nun das Repräsentationsaxiom herleiten:

Repräsentationsaxiom:

Unter Gültigkeit von A1–A5 gibt es eine Ähnlichkeitsskala S und eine nichtnegative Skala f , so daß für alle Reizquadrupel a, b, c, d in der Reizmenge Δ folgendes gilt:

- 1) $S(a, b) \geq S(c, d)$ nur wenn $s(a, b) \geq s(c, d)$

Die Ähnlichkeitsskala S behält die Ordnungsrelationen des empirischen Relativs bei

- 2) $S(a, b) = \theta f(A \cap B) - \alpha f(A-B) - \beta f(B-A)$ für einige $\theta, \alpha, \beta > 0$

Ähnlichkeitswerte werden durch einen linearen Kontrast gemeinsamer und unterschiedlicher Aspekte gebildet

(Kontrastmodell).

- 3) f und S sind Intervallskalen.

f kann als Wichtigkeits- oder Aufmerksamkeitskala interpretiert werden. Die Aufmerksamkeitskalenwerte hängen von verschiedenen Faktoren ab: Reizintensität, Bekanntheit, Auftretenshäufigkeit, gute Gestalt, Inhalt etc.

Symmetrie der Ähnlichkeiten gilt nach dem Modellansatz:

$s(a, b) = s(b, a)$ nur wenn $-\alpha f(A-B) - \beta f(B-A) - \alpha f(B-A) - \beta f(A-B)$ und damit $\alpha (f(B-A) - f(A-B)) = \beta (f(B-A) - f(A-B))$. „... Hence, $s(a, b) = s(b, a)$ if either $\alpha = \beta$, or $f(A-B) = f(B-A)$, i. e., $f(A) = f(B)$. Thus, symmetry holds whenever the objects are equal in measure ($f(A) = f(B)$) or the task is non-directional ($\alpha = \beta$).“ (Tversky, 1976, S. 15)

Durch die Versuchsinstruktion: „Beurteilen Sie bitte die globale Ähnlichkeit von *a* und *b*“, wird die Reaktion der Person so eingeschränkt, daß die Richtungsparameter gleich sein müssen. Das Urteil erscheint symmetrisch, obwohl eine andere Instruktion eine eventuelle Nsymmetrie gezeigt hätte. Dabei weist Tversky jedem Aspekt der Aspektmenge das gleiche Gewicht für die Ausprägung der Skalenwerte $f(A)$ und $f(B)$ zu.⁵ Nichtsymmetrie liegt nach Tversky vor, wenn die Wichtigkeiten $f(A)$, $f(B)$ der Reize *a*, *b* stark divergieren oder die Beurteilung der Ähnlichkeiten richtungsabhängig ist (nicht: „Wie ähnlich sind sich (*a*,*b*)?“ sondern: „Wie ähnlich ist *a* (= Vergleichssubjekt VSU) dem *b* (= Vergleichsstandard VST)?“).

Tversky formuliert nun die Fokushypothese, nach der die Aspekte des VSU mit α und die des VST mit β gewichtet werden und daß $\alpha > \beta$ ist. Die Ähnlichkeit wird mehr durch die einzigartigen Aspekte des VSU als die des VST herabgesetzt.

Die Richtungsparameter α , β erfüllen in Tversky's Theorie zweierlei Funktionen. Einmal erlaubt es ihre apriori Setzung (z. B. Nullsetzung), eine Vielzahl von mengentheoretischen Ähnlichkeitsdefinitionen (Restle, 1961; Zimmer, 1976) als Spezialfälle abzuleiten. Zum anderen spiegelt α die Wichtigkeit des VSU und β die Wichtigkeit des VST im Ähnlichkeitsvergleich wieder. Darüber hinaus werden den Reizen *a*, *b* aber noch Wichtigkeiten zugeordnet, die unabhängig von ihrer Rolle als Vergleichssubjekt (VSU) und Vergleichsstandard (VST) sind. Diese Wichtigkeiten spiegeln sich in den Skalenwerten $f(A)$ und $f(B)$ wider.

Beobachten wir $s(VSU = a, VST = b) = s(a, b) > s(b, a) = s(VSU = b, VST = a)$ und ist $\alpha > \beta$ muß nach dem Kontrastmodell $f(B) > f(A)$ sein, wenn sich die Wichtigkeit der Aspekte additiv verhält. Es ist also zu erwarten, daß der weniger wichtige Reiz *a* (Variante) dem wichtigen *b* (Prototyp) ähnlicher ist als der wichtige dem weniger wichtigen Stimulus. „... Thus, the focusing hypothesis (i. e., $\alpha > \beta$) implies that the direction of asymmetry is determined by the relative salience of the stimuli so that the less salient stimulus is more similar to the salient stimulus than vice versa“ (Tversky, 1976, S. 16).

⁵ Dieses Vorgehen könnte Stigma nicht einbeziehen (z. B. Warzen, Glasaugen etc.), die ja trotz ihrer kleinen Aspektmenge überdurchschnittlich wichtig bei der Beurteilung von Personen sind (s. a. Swingle, 1973).

Es folgt nämlich nach dem Kontrastmodell, daß im Falle von $\alpha > \beta$ (= unterschiedliche Gewichtung von VSU und VST) und $s(a, b) > s(b, a)$ diese Ungleichungen gelten⁶:

$$\begin{aligned}(\alpha - \beta) f(A - B) &< (\alpha - \beta) f(B - A) \\ f(A \cap B) + f(A - B) &< f(B - A) + f(A \cap B) \\ f(A) &< f(B)\end{aligned}$$

Wir können nun Tversky's *Fokushypothese* darstellen. Immer wenn $s(a, b) > s(b, a)$ und $\alpha > \beta$ dann $f(B) > f(A)$. Es ist also zu erwarten, daß:

s (unwichtiges VSU, wichtiger VST) $>$ s (wichtiges VSU, unwichtiger VST) ist. Tversky variiert die Hypothese noch etwas: Der Prototyp ist der Variante weniger ähnlich als die Variante dem Prototyp, da der Prototyp generell wichtiger ist. Stellen wir die *Fokushypothese* tabellarisch zusammen (s. Tabelle 2):

Tabelle 2. *Fokushypothese von Tversky*

VSU	VST		VSU	VST
s (Variante,	Prototyp)	$>$	s (Prototyp,	Variante)
s (unwichtig,	wichtig)	$>$	s wichtig,	unwichtig)

Tversky fand seine Hypothese sowohl beim Vergleich natürlicher Stimuli (Nationen) als auch bei konstruierten Reizen (unterschiedlich komplexe geometrische Figuren) bestätigt.

4. Das Driftmodell

Das Driftmodell (Möbus, 1974) ist im Gegensatz zum Kontrastmodell mehrdimensional⁷ und setzt in der ersten Stufe eine orthogonale Basis voraus, die über eine MDS gewonnen wird. Darüber hinaus werden Vorstellungen entlehnt, wie sie speziell in der Feldtheorie Lewin's formuliert wurden:

„Von der Mathematik aus besteht demnach kein prinzipielles Bedenken, den mathematischen Raumbegriff auch auf psychische Faktoren anzuwenden. Entscheidend ist allein, ob sich die einen Raum im mathematischen Sinne charakterisierenden Beziehungen hinreichend adäquat auch auf psychologische Faktoren anwenden lassen und ob sich den fundierenden

⁶ (Aspektadditivität vorausgesetzt).

⁷ allerdings spricht Tversky auch von einem Aspektraum („feature space“) für die Reize. Am Unabhängigkeitsaxiom kann man ferner erkennen, daß die Ähnlichkeiten nach drei „Dimensionen“ (X,Y,Z) variieren können (dreifaktorielle Ähnlichkeitsstruktur).

mathematischen Operationen eindeutig psychologische Vorgänge zurechnen lassen.“ Lewin (1936, S. 52f; 1969, S. 71)

Lewin fordert hier intuitiv das erst viel später in die Meßtheorie eingeführte Isomorphieprinzip (Suppes und Zinnes, 1963). Es stellt sich natürlich die Frage nach der Beziehung zwischen psychologischen und topologischen bzw. metrischen Räumen. Lewin sah besonders den Wegbegriff als fruchtbar an:

„Wir werden sehen, daß bei der Konstituierung psychologischer Räume der *Wegbegriff* eine grundlegende Rolle spielt. Denn ‚Weg‘ als die mathematische Verbindung zweier Punkte kann nur gewisse psychologische Vorgänge oder Sachverhalte als psychologische Verbindung zwischen zwei psychologischen ‚Punkten‘ (Gebieten oder Gebilden) zuzuordnen versuchen.“ (Lewin, 1936, S. 54; 1969, S. 73)

Weitere Konstrukte seiner psychologischen Theorie waren die ‚Richtung‘, ‚Tendenz‘, ‚Kraft‘, ‚Kräftefelder‘ etc. Die psychologischen Kräfte werden bei Lewin entsprechend dem Vektorkonzept durch einen Pfeil (Richtung) mit einer gewissen Länge (Stärke) und einem Ansatzpunkt (Region im Raum) dargestellt. Diese Darstellung hat eine gewisse Ähnlichkeit mit physikalischen Vektorfeldern.

Eine direkte Formalisierung Lewinscher Konzepte erwies sich im Laufe der Zeit als unmöglich. Statt dessen versuchten seine Schüler Bavelas, Leavitt, Harary, Norman und Cartwright eine Formalisierung einiger feldtheoretischer Konzepte mit der Graphentheorie (Bavelas, 1948; Leavitt, 1951; Harary *et al.*, 1965).

Davon unabhängig entwickelte sich die inzwischen relativ weit verbreitete Technik der multidimensionalen Skalierung. Die Unabhängigkeit der Entwicklungen ist erstaunlich. Zielsetzungen von Feldtheorie und multidimensionaler Skalierung weisen in weiten Bereichen Gemeinsamkeiten auf: Beschreibung empirischer Gegebenheiten durch Raumkonzepte. So wurde der Vorschlag von Lohr (1963), MDS und Feldtheorie zu integrieren, auch bisher kaum aufgegriffen:

„Gegenstände haben ihrer Größe nach meist mehrere Eigenschaftsdimensionen. Für sie ist die mehrdimensionale Skalierung maßgeblich (Torgerson, 1958). Durch die Skalierung via Ähnlichkeitszuordnung der diskreten Gegenstände erscheint der einzelne Gegenstand in seinem mehrdimensionalen Ordnungssystem. Für den Feldtheoretiker wäre es interessant zu wissen, ob man aus dem Ort des Gegenstands im System auf die einzelnen Komponenten der Kräfte schließen kann, welche diesen Ort bedingen. (Lohr, 1963, 27f.)“

Der hier vorgestellte Ansatz ist ähnlich. Die Nichtsymmetrie der Ähnlichkeitsdaten wird auf hypothetisch bevorzugte Richtungen (Drift) im multidimensionalen Reizraum zurückgeführt. Statt wie bisher die Nichtsymmetrien durch verschiedene Fehlerausgleichsprozeduren ‚herauszumitteln‘, versuchen wir, sie durch eine Drift zu beschreiben. Als Paradigmen könnten vielleicht folgende Beispiele dienen: Auffaltung der Struktur des semantischen Raumes, Ermittlung der Dimensionen des Assoziationsraums, Auffindung bevorzugter Richtungen (z. B. bekannt als Assoziations-, Wahrnehmungs- oder Transfer-„gesetze“, oder etwa jetzt Tversky's Fokushypothese).

Die Daten, die uns zur Verfügung stehen, sind Assoziationshäufigkeiten, Konfusionswahrscheinlichkeiten oder z. B. Traitinference-Daten (Rosenberg und Sedlak, 1972).

Hätten wir z. B. eine Matrix mit folgenden konditionalen „Distanzdaten“ beobachtet, könnten die Reize 1–4 als Punkte in einer zweidimensionalen Punkt-konfiguration mit einer in jedem Punkt des multidimensionalen Skalenraumes mit gleicher Richtung und Stärke eingreifenden „Drift“ die konditionale Distanzmatrix abbilden (s. Tabelle 3, Abbildung 4). Richtung und Stärke der Drift wird durch den Driftvektor angegeben.

Tabelle 3. Matrix konditionaler „Distanzen“ $cd(i, j|i)$

		nach j				
		Reiz 1	Reiz 2	Reiz 3	Reiz 4	
von i	Reiz 1	–	10.0	16.0	10.1	$cd(i, j i)$
	Reiz 2	8.0	–	13.0	8.6	
	Reiz 3	8.0	3.0	–	1.9	
	Reiz 4	1.9	3.4	10.1	–	

Die subjektive Distanz zwischen i und j wird dadurch beeinflusst, ob man sich entlang einer begünstigten Richtung „bewegt“. Der Einfluß wird durch den auf die Achse ij projizierten Driftvektor ausgeübt. Damit vergrößert sich die subjektive Distanz, wenn man sich von j nach i „bewegt“, verkleinert sich aber bei „Bewegungen“ in entgegengesetzter Richtung: $cd(i, j|j) > cd(i, j|i)$.

Mittelt man die konditionalen Distanzen, erhält man die symmetrischen unkonditionalen Distanzen, die sich mit der MDS zu einer Konfiguration aufalten lassen. Die Differenzen der konditionalen Distanzen stellen die Grundinformationen. Der absolute Betrag der halbierten Differenz entspricht der Länge des auf die Achse ij projizierten Driftvektors d . Es ist nur noch erforderlich, aus den $n(n-1)/2$ schiefwinkligen Interpunktachsen ij eine orthogonale Basis zu extrahieren und die Projektionen des Driftvektors d zu berechnen.

Als letzter Schritt wird die Umrechnung der Driftvektorprojektionen im schiefwinkligen Koordinatensystem (Distanzvektorsystem) in Driftvektorprojektionen oder Driftvektorkoordinaten im orthogonalen MDS-Skalenbezugssystem dargestellt. Es ist die Transformationsgleichung (1) anzuwenden:

$$x' T = y' \quad (1)$$

wobei: x' = Zeilenvektor der Vektorprojektionen (bzw. Koordinaten) auf r orthogonale Achsen

- T = Matrix der Richtungskosinus der $n(n-1)/2$ schiefwinklig aufeinanderstehenden Distanzvektoren (= Spalten von T) mit den r orthogonalen MDS-Achsen (Zeilen von T). Die Ordnung von T ist $r \times n(n-1)/2$
- y' = Zeilenvektor der Vektorprojektionen auf $n(n-1)/2$ schiefe Basisvektoren (Distanzvektoren)

Da aber y bekannt ist, müssen wir (1) nach x auflösen:

$$x' T T^{-1} = y' T^{-1} \quad (2)$$

wobei: T^{-1} = rechte generelle Inverse der Matrix T . T^{-1} ist eindeutig, wenn der Rang (T) = min (Zeilen, Spalten)

In unserem Fall müßte T zeilenregulär sein, was ja gewährleistet ist, wenn wir r orthogonale MDS-Achsen bestimmt haben. Zur Berechnung der Matrix T^{-1} kann man einmal das Existenztheorem („Basic Structure Theorem“) von Horst (1965) zu Hilfe ziehen und T' als Produkt dreier Matrizen darstellen ${}_{ij}T'_r = {}_{ij}V_r D_r U'_r$, wobei: ${}_{ij}V_r$ = Matrix der Eigenvektoren (Spalten) von ${}_{ij}B_{ij} = T'T$ und ${}_{r}U'_r$ = Matrix der Eigenvektoren (Zeilen) von ${}_{r}B_r = TT'$ und ${}_{r}D_r$ = Diagonalmatrix mit den Wurzeln der Eigenwerte von B . Die gesuchte generelle Inverse wäre dann ${}_{ij}T_r^{-1} = {}_{ij}V_r D_r^{-1} U_r'^8$.

Einfacher ist es jedoch, die rechte generelle Inverse mit:

$${}_{ij}T_r^{-1} = {}_{ij}T'_r (T_{ij}T'_r)^{-1} \quad (3)$$

anzugeben. Es ist also:

$${}_r x_l = {}_r T_{ij}^{-1} y_l = ({}_r T_{ij} T'_r)^{-1} {}_r T_{ij} y_l \quad (4)$$

wobei: x = Spaltenvektor der gesuchten Punktkoordinaten des Drift- bzw. Widerstandsvektors auf den r orthogonalen MDS-Skalen ist.

Sehen wir die Bestimmung des Vektors x als statistisches Schätzproblem an, können wir uns bestimmte Ergebnisse, die im Rahmen der Schätzung von Regressionsgewichten multipler Regressionen gefunden wurden, zunutze machen. Das Schätzproblem ist der Schätzung einer multiplen Regression ohne Konstante sehr ähnlich:

$${}_{ij} y_l = {}_{ij} T'_r x_l + {}_{ij} e_l \quad (5)$$

$${}_r e_l^2 = \min! \quad (6)$$

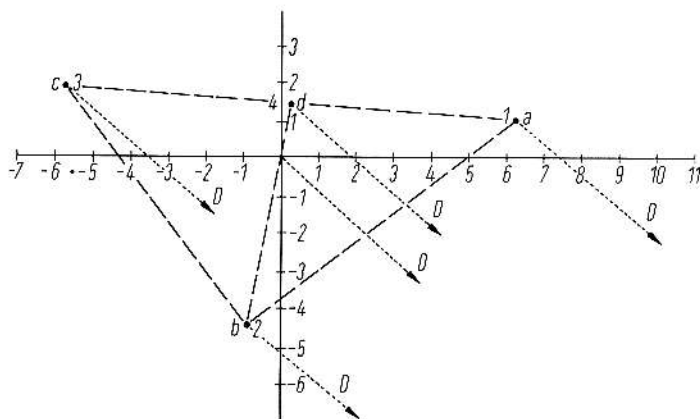
⁸ Es ist hier $UU' = I$ (s. a. Tatsuoaka, 1971, S. 151).

Führt man die üblichen Fehler- und Verteilungsannahmen ein, stellt (5) eine Maximum-Likelihood oder eine Kleinstquadrateschätzung mit den bekannten Güteeigenschaften dar. Die Koordinaten des Driftvektors spielen die Rolle der Regressionsgewichte in einer Regression ohne Konstante. Der Kriteriumsvektor wird im Raum der Prädiktorvektoren durch einen Vektor \hat{y} (= vorhergesagte Kriteriumswerte) so angenähert, daß ein orthogonal auf ihm errichteter Vektor e zur Spitze von y weist und die Länge von e ein Minimum (vgl. (6)). Die Koordinaten des vorhergesagten Vektors \hat{y} in der Basis der Prädiktorvektoren stellen die Regressionsgewichte dar.

Die Analyse eines synthetischen Datensatzes, der bis auf eine Verfälschung um eine additive Konstante C den Vorstellungen des Driftmodells entspricht, ist in Tabelle 4-6 und Abbildung 4 dargestellt.

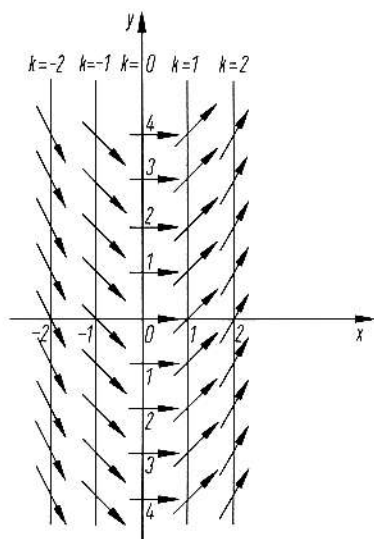
Sollte die Annahme einer generellen über den ganzen Skalenraum streichenden Drift (für den ganzen Skalenraum gilt eine einzige bevorzugte Richtung) nicht realistisch sein, kann man das Modell in seinen Anforderungen soweit lockern, daß für jeden bestimmaren Punkt im MDS-Raum eine anders gerichtete Drift mit anderer Stärke zugelassen wird. Es wird eine Vektorschar bestimmt. Diese Darstellung weist Ähnlichkeiten mit der Isoklinendarstellung in der Physik auf (s. Abb. 5). Isoklinen werden bei der Darstellung von Kräftefeldern herangezogen.

Zur Berechnung des Driftvektors im Punkt i berücksichtigen wir nur noch die Distanzvektoren, die i als Anfangs- oder Endpunkt besitzen. Wir verkürzen also in (5) y und T' , indem wir Zeilen eliminieren. Die Frage der Gleichheit der



D = Driftvektor, weist in die Richtung begünstigter Vergleiche oder Ähnlichkeitsbeurteilungen (= Ähnlichkeitsdrift)

Abb. 4: Ergebnis der MDS und der Driftanalyse



Richtungsfeld zur Differentialgleichung $y' = x$ und fünf ausgewählte Isoklinen
 (= Verbindungslinien aller Richtungselemente mit gleichen Richtungsfaktoren
 $k = -2, -1, 0, 1, 2$

Abb. 5: Darstellung eines Richtungsfeldes

Driftvektorkomponenten bzw. Ortsvektoren) kann man statistisch beurteilen, wenn man gewillt ist, die entsprechenden Fehler- und Verteilungsannahmen zu machen. Deskriptiv kann man so vorgehen, daß man die Kosinusmatrix der lokalen Driftvektoren berechnet.

Diese Matrix kann als Korrelationsmatrix der Driftvektoren interpretiert werden. Der Eigenwertabfall gibt Aufschluß über den Rang der Matrix. Die statistische Prüfung der Kollinearität der lokalen Driftvektoren können wir mit dem von Lawley (1943) vorgeschlagenen χ^2 -Test vornehmen (s. a. Morrison, 1967, S. 251–252). Als Nullhypothese H_0 nehmen wir an, daß alle Driftvektoren in die gleiche Richtung weisen, d. h. sie korrelieren mit 1 und es gibt daher nur eine Hauptkomponente. Allerdings kann man hiermit nicht deren gleiche Länge prüfen. Dazu können in Analogie zur Testung von Regressionskoeffizienten (unter den entsprechenden Annahmen) andere statistische Tests durchgeführt werden.

5. Analyse eines synthetischen Datensatzes

Wir analysieren die konditionalen Unähnlichkeits„daten“ in Tabelle 3. Die „Daten“ seien um eine additive Konstante C verfälscht. Sie werden symmetrisiert (Tabelle 4 rechts oben) und gehen in den MDS-Algorithmus (hier: nach Messick

und Abelson, 1956) ein. Die additive Konstante wird im zweidimensionalen Fall auf $C = 1.9$ geschätzt. Die Daten werden um C bereinigt (Tabelle 4).

Tabelle 4. Numerisches Beispiel für nichtlokales¹ und lokales² Driftmodell in ein- und zweidimensionalen MDS-Räumen unter Verwendung intervallskalierter Unähnlichkeiten bei vorgeschalteter MDS nach Messick und Abelson (1956)

Mit C verfälschte „Datenmatrix“ (= konditionale Unähnlichkeiten) nach j						Mit C verfälschte symmetrisierte „Datenmatrix“ (= unbedingte Unähnlichkeiten)					
1	0.00	8.10	14.10	8.20	1	1	0.00				1
2	6.10	0.00	11.10	6.70	2	2	7.10	0.00			2
3	6.10	1.10	0.00	0.00	3	3	10.10	6.10	0.00		3
4	0.00	1.50	8.20	0.00	4	4	4.10	4.10	4.10	0.00	4
von i											
Um C bereinigte konditionale Distanzschätzungen						Um C bereinigte unbedingte Distanzschätzungen					
1	0.00	10.00	16.00	10.10	1	1	0.00				1
2	8.00	0.00	13.00	8.60	2	2	9.00	0.00			2
3	8.00	3.00	0.00	1.90	3	3	12.00	8.00	0.00		3
4	1.90	3.40	10.10	0.00	4	4	6.00	6.00	6.00	0.00	4
von i											

¹ für den gesamten Skalenraum wird eine Drift mit gleicher Richtung und Stärke angenommen

² für jeden bestimmaren Punkt des Skalenraumes wird eine andere Drift zugelassen

Tabelle 5. Additive Konstante C , Eigenwerte, Varianzaufklärungen, Eigenvektoren, multidimensionale Skalen für 1 oder 2 Dimensionen (metrische MDS)

	1 Dimension			2 Dimensionen		
geschätzte Konstante C :		-1.369			1.900	
Eigenwerte		38.440		72.600		26.662
Varianzaufklärung in %:		100.000		73.140		26.860
Eigenvektorkomponenten:	1	-.73	1	.74		.21
	2	.09	2	-.10		-.86
	3	.67	3	-.67		.37
	4	-.03	4	.03		.28
Skalenwerte für Reiz i :	1	-4.54	1	6.27		1.08
	2	.56	2	-.84		-4.44
	3	4.18	3	-5.70		1.91
	4	-.20	4	.28		1.45
Koordinaten der Distanzvektoren:	2-1	-5.11	2-1	7.11		5.52
	3-1	-8.72	3-1	11.97		-.83
	3-2	-3.61	3-2	4.86		-6.35
	4-1	-4.34	4-1	5.99		-.38
	4-2	.76	4-2	-1.12		-5.90
	4-3	4.38	4-3	-5.98		.46

Tabelle 6. Ergebnisse der Driftanalyse

Projektionen des Driftvektors auf die Distanzvektoren	.8911	2-1		1.0000	
	3.9955	3-1		4.0000	
	3.8208	3-2		5.0000	
	6.5228	4-1		4.1000	
	0.7262	4-2		2.6000	
Kosinusmatrix T'	- 6.5735	4-3		- 4.1000	
	1.0000	2-1	0.790	0.613	
	1.0000	3-1	0.998	- 0.069	
	1.0000	3-2	0.608	- 0.794	
	1.0000	4-1	0.998	- 0.062	
Koordinaten des nichtlokalen Driftvektors	1.0000	4-2	- 0.187	- 0.982	
	1.0000	4-3	- 0.997	0.076	
	- 3.5129		3.847	- 3.358	
	Koordinaten der lokalen Drift- vektoren (Ortsvektoren)	- 3.8031	1	3.839	- 3.313
		- 1.3285	2	3.857	- 3.360
- 4.7966		3	3.814	- 3.378	
- 4.1234		4	3.875	- 3.382	
Koordinaten der lokalen Drift- vektoren (Ursprung im Punkt z)	- 8.3454	1	10.107	- 2.235	
	- 0.7651	2	3.016	- 7.802	
	- 0.6190	3	- 1.890	- 1.467	
	- 4.3224	4	4.153	- 1.930	
Eigenwerte der Kosinusmatrix der Driftvektoren	4.00000		4.00000	0.00008	
	Dimension 1		Dimension 1	Dimension 2	

Die MDS der un konditionalen Distanzen gibt Resultate, die in Tabelle 5 aufgeführt sind. Die Ergebnisse der Driftanalyse sind in Tabelle 6 dargestellt. Eine Graphik befindet sich in Abbildung 4. Wie man an Hand der Abbildung 4 und Tabelle 6 sehen kann, (Eigenwerte der Kosinusmatrix der Driftvektoren), liegt für alle Punkte (= Richtungselemente) ein homogenes Richtungsfeld mit gleichen Richtungsfaktoren vor.

6. Nonmetrische Version des Driftmodells

Obwohl wir hier mit einem metrischen Verfahren gearbeitet haben, ist es einfach, die Drift innerhalb eines nonmetrischen Vorgehens zu berechnen. Hierzu setzen wir in (5) jetzt $y_{ij} = (d_{ij} + d_{jii})/2$. y_{ij} kann durch entsprechende Vertauschung von i und j immer positiv sein. Die d_{ij} sind monoton transformierte Daten (Disparitäten), die man entweder durch Kruskal's monotone Regression (Kruskal, 1964 a, b, 1965, 1971), Guttman's rank-image-Prozedur (Guttman, 1968)

oder einigen anderen Verfahren (s. a. Young, 1974; Möbus, 1976) gewinnen kann. Diese durch Differenzbildung gewonnenen γ_{ij} werden dann in (30) eingesetzt.

7. Analyse des menschlichen Informationsverarbeitungsprozesses am Beispiel des Vergleichs von Morse-Signalen

Mit der Frage der Reizidentifikation und Signalentdeckung haben sich vor allem Forscher der Bell-Laboratorien hervorgetan (Rothkopf, 1957; Shepard, 1963; Nakatani, 1972; Wish und Carroll, 1974). Besonders intensiv wurde die Identifizierbarkeit kurzer Signale untersucht. Hierbei galt vor allem das Forschungsinteresse der Verarbeitung von Morse-Signalen, wie eine Reihe von Untersuchungen belegt (Keller und Taubman, 1943; Rothkopf, 1957; Shepard, 1963; Wish, 1965a, 1965b, 1967, 1972). Meist wurden die Ähnlichkeitsurteile oder Verwechslungshäufigkeiten, die ebenfalls als Ähnlichkeiten angesehen wurden, multidimensional skaliert oder nach dem BTL-Modell von Bradley, Terry und Luce (s. a. Luce, 1963) analysiert (s. a. Tack, 1968; Townsend, 1971). Beim BTL-Modell wird der Ähnlichkeitsnichtsynchronie durch die Einführung der Responsebiasparameter Rechnung getragen, während bei der MDS Nichtsymmetrien als Fehler angesehen werden. Selbst „conditional solutions“ oder „row-wise-scaling“ (s. a. Green und Carmone, 1970, S. 31) ändern nichts grundsätzliches an dieser Einschätzung. Datenasymmetrien boten bei der bisherigen Verwendung der MDS keine Information über kognitive Verarbeitungsprozesse.

In etlichen Projekten wurden die Daten von Rothkopf (1957) untersucht (s. Tabelle 1). Das zugrundeliegende Experiment lief folgendermaßen ab:

„Procedure. The Ss of this experiment were exposed to pairs of aural Morse signals sent at a high tone speed. The signals of each pair were separated by a short temporal interval. The Ss were asked to indicate whether they thought the two signals were the same (or different) by making the appropriate mark on an IBM True-False Answer sheet. Each S was asked to respond in this fashion to 351 different pairs of Morse signals“. Rothkopf, 1957, zit. n. Wish, 1965, S. 12)

Eine typische MDS-Lösung mit Kruskal's nonmetrischem MDSCAL-Programm gab Shepard (1963) an (s. Abb. 6). Es lassen sich zwei Dimensionen interpretieren: Länge der Einzelkomponenten des Signals („dots vs. dashes“) und temporale Länge des Gesamtsignals (bzw. Zahl der Einzelkomponenten).

Im Gegensatz zu Shepard analysierte Wish die Daten auch nichtdimensional und bemerkte hierbei, daß systematische Nichtsymmetrien in den Beurteilungen auftraten. So schreibt er (1965 b, S. 27): „In Rothkopf's experiment the Ss appear to underestimate the duration of and/or the number of components in the second signal. Since presenting the longer signal first exaggerates the difference between the Signals, Ss respond „same“ more often when the shorter signal precedes the longer signal.“

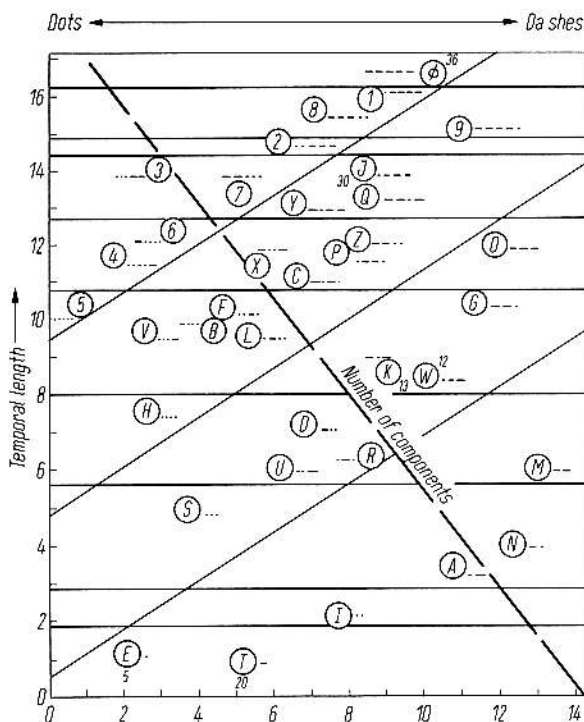


Abb. 6: Eine zweidimensionale Konfiguration¹ aller internationaler Morsesignale auf der Basis der ‚gleich-oder-verschieden‘ Urteile²

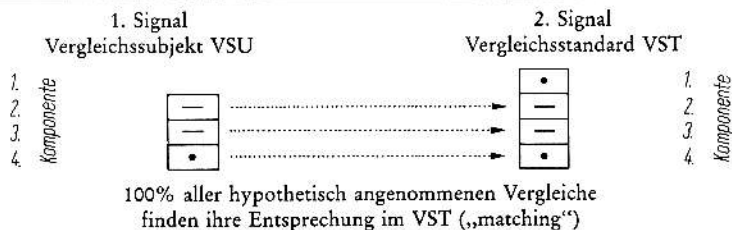
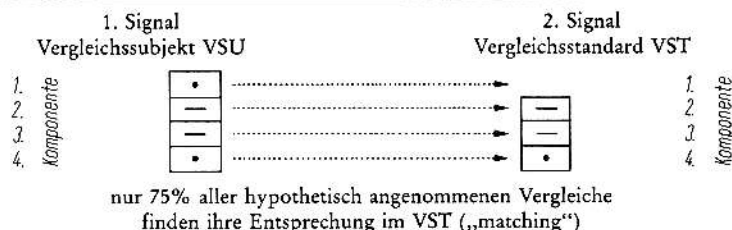
¹ Konfiguration aus Shepard, 1963, S. 39 mittels Kruskal's MDSCAL (symmetrische Lösung)

² Daten von Rothkopf (1957)

Kann das 1. Signal als Vergleichssubjekt VSU angesehen werden, das gespeichert und mit dem darauf folgenden Standard VST verglichen wird, sind voneinander unabhängig zwei Hypothesen über die Richtung der Ähnlichkeitsasymmetrien formuliert worden.

1. Vergleichshypothese (Möbus, 1974, S. 164–175): In einem Vergleich von einem VSU mit einem VST wird die Zahl der angestellten Vergleiche durch die Zahl der Reizkomponenten (oder Reizdimensionen) bestimmt. Je höher die Zahl der Vergleiche ist, die eine Entsprechung der jeweiligen VSU-Komponente im VST findet, desto höher ist die geäußerte bzw. wahrgenommene Ähnlichkeit.

Als Beispiel nehmen wir das Signalarpaar --- und ·--- und stellen die Hypothese dar (s. Tabelle 7 a, b).

Tabelle 7a. Darstellung der Vergleichshypothese am Beispiel der Signale $---$ und $\cdot---$ Tabelle 7b. Darstellung der Vergleichshypothese am Beispiel der Signale $\cdot---$ und $---$ 

Es ist daher anzunehmen, daß $s(---, \cdot---) > s(\cdot---, ---)$ ist. Dieses stimmt auch mit den Daten (s. Tabelle 1) überein. Es ist $P(---, \cdot---) = .52$. und $P(\cdot---, ---) = .22$. Allgemein lautet die Hypothese (s. Tabelle 8):

Tabelle 8. Vergleichshypothese

1. Signal VSU	2. Signal VST	$>$	1. Signal VSU	2. Signal VST
s (wenig,	viel Komponenten)		s (viel,	wenig Komponenten)

2. Fokushypothese (Tversky, 1976, S. 20f): „...the first stimulus plays the role of the subject and the second stimulus plays the role of the referent. If we assume that the measure of a long signal is generally greater than the measure of a short signal, then according to the focusing hypothesis the probability that the two different signals are judged ‚same‘ should be greater when the shorter signal is followed by the longer one than when the longer signal is followed by the shorter one.“

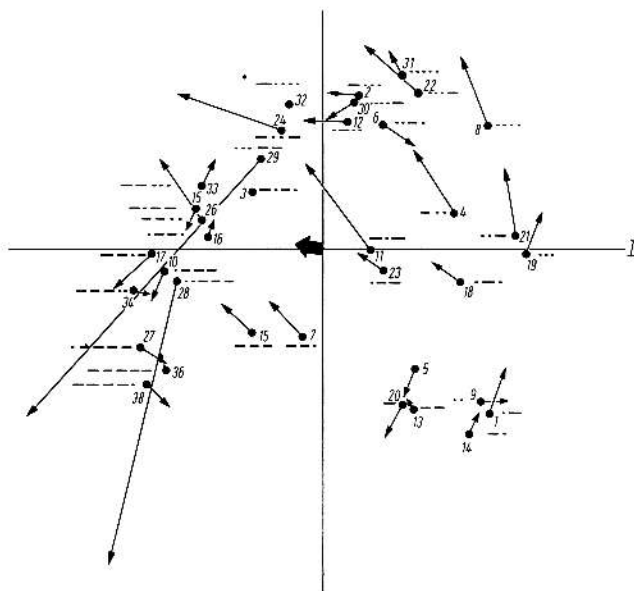


Abb. 7: Zweidimensionale Skalierung der Gleichheitsbeurteilungen¹ von Morsesignalpaaren nach dem Verfahren von Messick und Abelson² mit nichtlokalem Driftvektor (dicker Pfeil) und Richtungsfeld als Ergebnis der Driftanalyse

¹ Daten von Rothkopf (1957): percent „same“ judgments of all ordered pairs of signals

² Skalierverfahren von Messick und Abelson (1956)

Beide Hypothesen stimmen in ihrer Vorhersage überein. Interessanterweise überprüft Tversky seine Hypothese trotz der aufwendigen Axiomatisierung nur mit einem t- und sign-Test.

Wir haben versucht, die Hypothese mit einer dimensional Darstellung zu koppeln. Das Ergebnis der metrischen MDS und der Driftanalyse ist in Figur 7 dargestellt. Das metrische hat im Gegensatz zum nonmetrischen Verfahren⁹ die Konfiguration „verbogen“, was hier von Vorteil ist, denn das Richtungsfeld (lokale Driftvektoren) ist nicht darstellbar durch einen einzigen Driftvektor (nichtlokaler Driftvektor). Bei nonmetrischer Analyse (MDS und Driftmodell) würde das Richtungsfeld und der nichtlokale Driftvektor übereinstimmend in die gleiche Richtung weisen: die Verwechslung kurzer mit langer Signale ist begünstigt und die Verwechslung langer mit kurzer Signale behindert. Wir haben auf die Signifikanzsetzung der Driftvektorkomponenten verzichtet, weil mit einem einfachen nonpara-

⁹ Vgl. mit Abbildung 6.

metrischen Verfahren das Ergebnis abgesichert werden kann. Von 555 Vergleichen von Signalen verschiedener Länge fallen 336 im Sinne beider Hypothesen aus. In 38 Fällen ist keine Entscheidung möglich, weil die Ähnlichkeiten gleich sind und in 181 Fällen widersprechen die Ähnlichkeiten den Hypothesen. Ein Sign-Test ist signifikant auf dem .001 Signifikanzniveau ($z = 6.77$). Ein entsprechender t-Test für abhängige Stichproben, der die Mittelwerte der Ähnlichkeiten \bar{s} (kurz, lang) vs. \bar{s} (lang, kurz) auf signifikanten Unterschied prüft ist ebenfalls signifikant auf .001 ($t = 9.17$, $df = 554$; Tversky, 1976, S. 21). Eine Kreuzvalidierung im doppelten Sinne führte Tversky an Wish's (1965, 1967) Daten durch. Wish verwendete für sein Experiment andere Personen und etwas veränderte Signale (3 Signalkomponenten (bestehend aus \cdot oder $-$) mit zwei Pausen, die ebenfalls kurz oder lang sein können). Von 386 Vergleichen zwischen Signalen verschiedener Länge waren 241 im Sinne der Hypothesen. In 28 Fällen war keine Entscheidung wegen Gleichheit der Ähnlichkeiten möglich. 117 Vergleiche widersprachen den Hypothesen. Der Sign-Test ist signifikant auf .001 ($z = 6.5$). Ein entsprechender T-Test ist ebenfalls signifikant auf .001 ($t = 9.23$, $df = 385$, Tversky, 1976, S. 22).

Diskussion

In letzter Zeit hat die Axiomatisierung psychologischer Modelle einen erfreulichen Aufschwung genommen, macht sie doch die Syntax eines Modells durchschaubar. Insofern ist es sicherlich ein Nachteil, ein „weiches“ nichtaxiomatisiertes Modell, das aber nur der Hypothesengenerierung dient, vorzustellen. Dieser offensichtliche Nachteil wiegt aber bei Berücksichtigung einer Reihe von Überlegungen zum heuristischen Nutzen von Axiomatisierungen nicht mehr so schwer.

Zum einen sind in den meisten Fällen erst nachträglich zu schon existierenden Techniken (monotone Varianzanalyse, nonmetrische MDS) Axiomatisierungen nachgeliefert worden, um einen als schmerzlich erlebten Mangel zu beheben.

Zum anderen sollte man sich nicht nur die *Logik* sondern die *Psycho-Logik* einer empirischen Überprüfung verdeutlichen. Die meisten Axiomatisierungen setzen in dem hier untersuchten Bereich eine faktorielle Struktur meist der Reize oder – beim Kontrastmodell – eine faktorielle Struktur von Gemeinsamkeiten und Unterschieden von Reizpaaren voraus. Da die faktorielle Struktur nicht vorfindbar ist, muß sie experimentell hergestellt werden. Die Axiomatisierung läßt sich in fast allen Fällen nur mit experimentell hergestellten Reizen überprüfen. Es erhebt sich sofort die Frage nach dem externen Gültigkeitsbereich solcher Untersuchungen¹⁰.

So wurde z. B. bei einer Untersuchung zur Informationsintegration von Lehrern nach dem Anderson-Paradigma¹¹ aus mehreren Eigenschaftsdimensionen (Faktoren im Sinne der ANOVA) durch systematische Kombination aller Ausprä-

¹⁰ ähnliche Probleme ergeben sich bei der Generalisierung von Ergebnissen der Varianzanalyse, die besonders bei nonorthogonalen Designs brisant werden.

¹¹ Anderson, 1973, 1974 a, b.

gungen (Stufen der Faktoren) fiktive „Schüler“ erzeugt, die den Lehrern zur Ähnlichkeitsbeurteilung vorgelegt wurden. Dabei war zu beobachten, daß viele Lehrer bestimmte Reize (= fiktive „Schüler“) als nicht vorkommend ablehnten („So einen Schüler habe ich noch nie gehabt“). Die Beurteilungsaufgabe wurde nur unter großen Bedenken fortgeführt. Fazit: objektiv hergestellte Reize, die man zur Prüfung der Axiomatik benötigt, besitzen oft keine subjektive Relevanz für die Beurteiler.

Damit eng verknüpft ist das Problem der Äquivalenz von objektiven Reizdimensionen (Faktoren im Sinne der ANOVA) und subjektiven bzw. kognitiven Bewertungsdimensionen. Findet man bei der Überprüfung der Axiomatik, daß Personen ihr Urteil nicht „additiv kombinieren“, kann dieser Schluß durchaus vorschnell sein. Er müßte vielmehr heißen: Bei der Überprüfung der Axiomatik stellte sich heraus, daß Personen, die *objektiv hergestellten* Reizdimensionen (Faktoren im Sinne der ANOVA) nicht additiv kombinieren. Es kann durchaus sein, daß die Beurteiler die Reize nach anderen noch unbekanntem *subjektiven* Dimensionen beurteilen und *diese* additiv kombinieren. Es ist z. B. folgendes denkbar: Reize werden nach 20 Dimensionen hergestellt; Beurteiler sollen die Reize paarweise auf Ähnlichkeit beurteilen. Es findet ein Dimensionskollaps statt (Shepard, 1964, S. 264) und die Personen beurteilen die Reize, überwältigt von der Informationsfülle, nur noch nach drei Dimensionen (gut–schlecht, groß–klein, schwarz–weiß), obwohl diese Variablen nicht zur Herstellung der Reize dienen. Wir wissen als Experimentatoren von diesem „Kollaps“ nichts und prüfen die Axiomatik. Es stellt sich heraus, daß der Modelltest versagt und wir schließen daraus, daß die Personen die 20 Dimensionen nicht additiv zu einem Einzelurteil kombinieren. „In Wirklichkeit“ nehmen die Beurteiler das Reizmaterial anders wahr als vom Experimentator intendiert. Darüber hinaus können diese drei Dimensionen unabhängig voneinander sein und additiv kombiniert werden.

In praktischen Axiomüberprüfungen umgeht man diesen Effekt durch eine geringe Dimensionalität bei der Herstellung der Reize (meist nur drei Dimensionen). Dann werden die Reize so zusammengesetzt, daß selbst die „dümme“ Vp die Herstellungssystematik erkennt und lernt diese Dimensionen zum eigenen Bewertungsmaßstab zu machen. Subjektive und objektive Dimensionen werden so einander angeglichen.

Läßt sich die Axiomatik überprüfen, kennt man die Reizdimensionen und man braucht keine MDS. Kennt man die Dimensionen nicht oder zweifelt man an der Äquivalenz zwischen objektiven Reizdimensionen und subjektiven Bewertungsmaßstäben (es liegt dann keine psychophysische Fragestellung vor!) läßt sich die Axiomatik nicht überprüfen und damit auch nicht die Berechtigung für die Anwendung des MDS-Verfahrens herleiten. Der Einsatz dieser Technik zur „Entdeckung“ der Dimensionen scheint aber gerade hier sinnvoll.

Meines Erachtens gibt es nur einen Ausweg aus diesem Dilemma (zumindest bei der Analyse „natürlicher“, vorfindbarer Reize). Dieser Ausweg führt ebenfalls über Experimente. An die Beurteilung von Ähnlichkeiten natürlicher Reize, die den

Untersuchungsgegenstand eines bestimmten Themenbereichs bilden, schließt sich eine MDS an. Die Dimensionen werden benannt und interpretiert und als Hypothesen für Reiz- bzw. Bewertungsdimensionen aufgefaßt (zur Interpretation kann man Regressionstechniken heranziehen). Die Namen (= Hypothesen) dieser Dimensionen werden als Versuchsinstruktionen derselben und einer neuen Stichprobe vorgegeben. Dabei wird jetzt nicht mehr nach globaler Ähnlichkeit gefragt sondern nach dieser hypothesenspezifischen Ähnlichkeit. Man erhält für jede Dimension (= Hypothese) eine Proximitätsmatrix, die dann *simultan* (s. Möbus, 1975) zu *einer* Konfiguration skaliert werden. Die Distanzen dieser Konfiguration werden mit den Distanzen der Ausgangskonfiguration korreliert und gegen die maximal mögliche Reliabilität getestet. Ein ähnliches Vorgehen findet sich schon bei Ahrens (1967). Der letzte Schritt wird dann an einer neuen Stichprobe wiederholt, wenn der erste Schritt erfolgreich war. Die Replikation einer Datenerhebung (Erhebung dimensions- bzw. hypothesen-spezifischer Ähnlichkeiten) an derselben Stichprobe prüft die Präzision der Benennung der Dimension und der Urteilsreliabilität. Der letzte Schritt dagegen dient der Überprüfung der externen Validität.

Zur Überprüfung der oben angeführten Hypothesen bei der Beurteilung der Morsesignale müßte man in einer zweiten Untersuchung ebenfalls Experimente durchführen. So müßten z. B. die Vpn instruiert werden, welchen Reiz sie als VST und welchen sie als VSU ansehen sollten etc. Erst diese Experimente würden gesicherte Ergebnisse liefern als es bisher mit beiden (in diesem Zusammenhang) deskriptiven Verfahren möglich war.

Literatur

- Ahrens, H. J.: Zur Systematik der Urteilsbildung bei der Beurteilung westdeutscher Politiker, *Archiv ges. Psychol.* 1967, 119, 57–89.
- Ahrens, H. J.: *Multidimensionale Skalierung*. Weinheim: Beltz, 1974.
- Anderson, N. H.: Cognitive Algebra: Integration Theory Applied to Social Attribution, In: L. Berkowitz (Ed.), *Advances in Experimental Social Psychology*, Vol. 7, New York: Academic Press, 1973.
- Anderson, N. H.: Information Integration Theory: A Brief Survey. In: D. H. Krantz, R. C. Atkinson, R. D. Luce, P. Suppes (Eds.), *Contemporary Developments in Mathematical Psychology*, Vol. II, Measurement, Psychophysics and Neural Information Processing. San Francisco: Freeman, 1974a, 236–305.
- Anderson, N. H.: Algebraic Models in Perception. In: Carterette, M. P. Friedman (Eds.), *Handbook of Perception*, Vol. II, Psychophysical Judgement and Measurement, New York: Academic Press, 1974b, 215–298.
- Asch, S. E., Ebenholtz, S. M.: The principle of associative symmetry, *Proceedings of the American Philosophical Society*, 1962, 106, 135–163.
- Atkinson, R. C., Kinchla, R. A.: A learning model for forced-choice detection experiments. *British Journal of Math. Statist. Psychol.* 1965, 18, 183–206.
- Attneave, F.: Dimensions of Similarity, *Am. Journ. Psychol.* 1950, 63, 516–556.
- Bavelas, A.: Communication patterns in task-oriented groups. *J. acoust. Soc. Amer.*, 1950, 22, 725–730, reprinted in D. Cartwright, A. Zander (Eds.), *Group dynamics: Research and Theory*. Evanston, Ill., 1960², 669–682.
- Beals, R., Krantz, D. H.: Metrics and Geodesics induced by Order Relations. *Mathematische Zeitschrift*, 1967, 101, 285–298.

- Beals, R., Krantz, D. H.: Foundations of Multidimensional Scaling. *Psychological Review*, 1968, 75, 127-142.
- Bock, R. D. und Jones, L. V.: *The Measurement and Prediction of Judgment and Choice*, San Francisco: Holden-Day, 1968.
- Boyd, J. P.: Information Distance for Discrete Structure. In: Shepard *et al.* (Eds.), *Multidimensional Scaling*, New York: Seminar Press, 1972, Vol. I., 213-223.
- Bruce, R. W.: Conditions of transfer of training. *Journ. Exp. Psychol.* 1933, 16, 343-361.
- Carroll, J. D., Wish, M.: Multidimensional Perceptual Models and Measurement Methods. In: E. C. Carterette, M. P. Friedman (Eds.), *Handbook of Perception*, 1974, Vol. II., 391-447.
- Clarke, F. R.: Constant-ratio rule for confusion matrices in speech communication. *J. acoust. Soc. Amer.*, 1957, 29, 715-720.
- Coombs, C. H., Dawes, R. M., Tversky, A.: *Mathematical Psychology*, Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1970.
- Dawes, R. M.: The Logic of S-R-Matrices. *Psychol. Bull.* 1963, 70, 365-368.
- Deese, J.: On the structure of associative meaning. *Psychological Review*, 1963, 69, 161-175.
- Feger, H.: Bericht des Vorsitzenden der Deutschen Gesellschaft für Psychologie zur Lage der Psychologie, 1976 (a) auf dem 30. Kongreß der DGfP in Regensburg.
- Feger, H.: Einleitung zum Internationalen Symposium über multidimensionale Skalierung und verwandte Gebiete, Institut für Psychologie der RWTH Aachen, 5.-12. 12. 1976.
- Garner, W. R.: *Uncertainty and Structure as Psychological Concepts*, New York: Wiley, 1962.
- Gibson, W.: *Principles of Perceptual Learning and Development*, New York, 1969.
- Green, B. F., Carmone, F. J.: *Multidimensional Scaling and Related Techniques in Marketing Analysis*, Boston 1970.
- Gregson, R. A. M.: *Psychometrics of Similarity*, New York: Academic Press, 1975.
- Guttman, L.: A general nonmetric technique for finding the smallest coordinate space for a configuration of points. *Psychometrika*, 1968, 33, 469-506.
- Harary, F., Norman, R. Z., Cartwright, D.: *Structural Models: An Introduction to the Theory of Directed Graphs*. New York, 1965.
- Hays, W. L.: An approach to the study of trait implication and trait similarity. In: R. Tagiuri, L. Petrullo (Eds.), *Person Perception and Interpersonal Behavior*. Stanford: Stanford University Press, 1958, 289-299.
- Hodge, M. H., Pollack, J.: Confusion-matrix analysis of single and multidimensional auditory displays. *J. Exp. Psychol.* 1962, 63, 129-142.
- Hofer, M.: *Die Schülerpersönlichkeit im Urteil des Lehrers*. Weinheim: Beltz, 1969.
- Hofstätter, P. R.: Über Ähnlichkeit. *Psyche*, 1955 9, 54-80.
- Holzkamp, K.: *Theorie und Experiment in der Psychologie*. Berlin: De Gruyter, 1964.
- Horowitz, L. M., Norman, S., Day, R. S.: Availability and Associative symmetry. *Psychological Review*, 1966, 73, 1-15.
- Horst, P.: *Factor Analysis of Data Matrices*, New York: Holt, Rinehart & Winston, 1965.
- Indow, T., Uchizono, T.: Multidimensional Mapping of Munsell colors varying in hue and chroma. *J. Exp. Psychol.* 1960, 59, 330-336.
- Jakobson, R., Fant, G. G. M., Halle, M.: *Preliminaries to Speech Analysis: The distinctive features and their correlates*, Cambridge, Mass.: 1961.
- James, W.: *Principles of Psychology*. New York: Holt, 1890.
- Kalish, H. J.: Stimulus Generalization. In: M. H. Marx, *Learning*, Vol. III (Processes), New York, 1969.
- Kalveram, Th.: Messen und Maß oder vom überflüssigen Abstand, Bericht Nr. 17 aus dem Institut für Psychologie der Universität Marburg, 1968.
- Kalveram, Th.: Modell und Theorie in systemtheoretischer Sicht. *Psychol. Beiträge*, 1971, 13, 366-376.
- Keller, F. S., Taubman, R. E.: Studies in International Morse Code and Errors made in Code Reception. *J. appl. Psychol.* 1943, 27, 504-509.
- Kent, H. G., Rosanoff, A. J.: A Study of Association in Insanity. *Amer. J. Insanity*, 1910, 67, 37-96.

- Knauer, U.: Persönliche Mitteilung auf einer Kohlfahrt d. Abt. Mathematik d. Uni Oldenburg am 14. 2. 79.
- Koffka, K.: Principles of Gestalt Psychology, 1935, 164–167.
- Krantz, D. H.: A survey of measurement theory. In: G. B. Dantzig, A. F. Veinott, Jr. (Eds.): *Mathematics of the decision sciences*, Pt. II. (Lectures in applied mathematics, Vol. 12) Providence, R. I.: Am. Math. Soc., 1968, 314–350.
- Krantz, D. H., Luce, R. D., Suppes, P., Tversky, A.: *Foundations of Measurement*, Vol. I, New York: Academic Press, 1971.
- Kruskal, J. B.: Multidimensional Scaling by Optimizing Goodness of Fit to a Nonmetric Hypothesis. *Psychometrika*, 1964a, 29, 1–27.
- Kruskal, J. B.: Nonmetric Multidimensional Scaling: A Numerical Method. *Psychometrika*, 1964b, 29, 115–129.
- Kruskal, J. B.: Analysis of Factorial Experiments by Estimating Monotone Transformations of the Data, *J. Royal Statist. Society*, 1965 (series B, Methodological), 27, 251–263.
- Kruskal, J. B.: Monotone Regression: Continuity and Differentiability Properties. *Psychometrika*, 1971, 36, 57–63.
- Kruskal, J. B.: Multidimensional Scaling and Other Methods for Discovering Structure. In: Enslein, Ralston, Wilf (Eds.), *Statistical Methods for Digital Computers*. New York: Wiley, 1977, Vol. III, 296–399.
- Kühn, W.: *Einführung in die multidimensionale Skalierung*. München: Rheinhardt, 1976.
- Kusyszyn, J., Paivio, A.: Transition probability, word order, and noun abstractness in the learning of adjective-noun paired associates. *J. Exp. Psychol.* 1966, 72, 800–805.
- Lawley, D. N.: On Testing a Set of Correlation Coefficients for Equality. *Annals of Math. Statistics*, 1963, 34, 149–151.
- Lewin, K.: *Principles of Topological Psychology*, New York: 1936.
- Lewin, K.: *Grundzüge der topologischen Psychologie*. Bern: Huber, 1969.
- Lockhart, R. S.: Retrieval Asymmetry in the Recall of Adjectives and Nouns. *J. Exp. Psychol.*, 1969, 79, 12–17.
- Lohr, U.: Einführung zur deutschsprachigen Ausgabe. In: K. Lewin, *Feldtheorie in den Sozialwissenschaften*. Bern: Huber, 1963, 15–42.
- Luce, R. D.: *Individual Choice Behavior*, New York: Wiley, 1959.
- Luce, R. D.: Detection and Recognition. In: R. D. Luce, R. R. Bush, E. Galanter (Eds.), *Handbook of Math. Psychol.* 1963, Vol. I., Ch. 3, 103–189, New York: Wiley.
- Messick, S. J., Abelson, R. P.: The Additive Constant Problem in Multidimensional Scaling. *Psychometrika*, 1956, 21, 1–17.
- Messick, S. J., Kogan, N.: Personality consistencies in judgement: Dimensions of role constructs. *Multivariate Behavioral Research*, 1966, 1, 165–175.
- Möbus, C.: Ein Beitrag zur metrischen und nonmetrischen Analyse von nichtsymmetrischen Proximitätsmatrizen mit multidimensionalen Skalierungsmodellen, Inaug. Diss., WISO-Fakultät d. Uni Heidelberg, 1974.
- Möbus, C.: Bemerkungen zur Skalierung interindividueller Urteilsdifferenzen: Simulation des INDSCAL-Modells von Carroll und Chang mit der „POINTS-OF-VIEW“-Analyse von Tucker & Messick. *Archiv f. Psychol.*, 1975, 127, 189–209.
- Möbus, C.: Nonmetric Multidimensional Scaling Without Disparities and Derivatives: A Rankcorrelation-Orientated Approach Through L_1 -Approximation. *Archiv f. Psychol.*, 1976, 128, 240–266.
- Morrison, D. F.: *Multivariate Statistical Methods*. New York: McGraw-Hill, 1967.
- Nakatani, L. H.: Confusion-choice Model for Multidimensional Psychophysics. *J. Math. Psychol.*, 1972, 9, 104–127.
- Neisser, U.: *Cognitive Psychology*, New York: Meredith, 1967.
- Osgood, C. E.: Meaningful similarity and interference in learning. *J. Exp. Psychol.*, 1949, 36, 277–30.
- Orth, B.: *Einführung in die Theorie des Messens*. Stuttgart: Kohlhammer, 1974.

- Paivio, A.: Abstractness, imagery and meaningfulness in paired-associate learning. *J. Verb. Learning and Verb. Behavior*, 1965, 4, 32–38.
- Paivio, A.: Paired-associate learning and free recall of nouns as a function of concreteness, specificity, imagery and meaningfulness. *Psychol. Reports*, 1967, 20, 239–45.
- Paivio, A., Oliver, M.: Denotative-generalizability, imagery and meaningfulness in paired-associate learning of nouns. *Psychonomic Science*, 1964, 1, 183–184.
- Restle, F.: A Metric and an Ordering on Sets. *Psychometrika*, 1959, 24, 207–220.
- Restle, F.: *Psychology of judgment and choice*. New York: Wiley, 1961.
- Richardson, M. W.: Multidimensional Psychophysics, *Psychol. Bull.*, 1938, 35, 659–660.
- Robinson, E. S.: The 'similarity' factor in retroaction, *Am J. Psychol.*, 1927, 39, 297–312.
- Romney et al. (Eds.) *Multidimensional Scaling*, Vol. II. New York: Seminar Press, 1972.
- Rosenberg, S., Sedlak, A.: Structural representations of perceived personality trait relationships, in: A. K. Romney, R. N. Shepard, S. B. Nerlove (Eds.), *Multidimensional Scaling*, 1972, Vol. II, 133–162.
- Rothkopf, E. Z., A Measure of Stimulus Similarity and Errors in some Paired Associate Learning Tasks. *J. Exp. Psychol.*, 1957, 53, 94–101.
- Schulz, U.: Zu einem Dekompositionsmodell der multidimensionalen Skalierung mit individueller Gewichtung der Dimensionen. *Psychol. Beiträge*, 1975, 17, 167–187.
- Shepard, R. N.: Stimulus and response generalization: a stochastic model relating generalization to distance in a psychological space, *Psychometrika*, 1957, 22, 325–345.
- Shepard, R. N.: Stimulus and response generalization: deduction of the generalization gradient from a trace model, *Psychological Review*, 1958a, 65, 242–256.
- Shepard, R. N.: Stimulus and response generalization: tests of a model relating generalization to distance in psychological space. *J. Exp. Psychol.*, 1958b, 55, 509–523.
- Shepard, R. N.: Analysis of proximities as a technique for the study of information processing in man. *Human Factors*, 1963, 5, 19–34.
- Shepard, R. N.: On subjectively optimum selection among multiattribute alternatives. In: M. W. Shelly, II, G. L. Bryan (Eds.), *Human Judgment and Optimality*, 1964, 257–281.
- Shepard, R. N.: The purpose of multidimensional scaling, In: R. N. Shepard, A. K. Romney, S. B. Nerlove (Eds.), *Multidimensional Scaling*, 1972, Vol. I, 1–20.
- Shepard, R. N.: Representation of Structure in Similarity Data: Problems and Prospects. *Psychometrika* 1974, 39, 373–421.
- Shepard, R. N., Romney, und Nerlove: *Multidimensional Scaling*, Vol. I. New York: Seminar Press, 1972.
- Smith, P. T.: Feature-testing models and their application to perception and memory for speech, *Q. J. Exp. Psychol.*, 1973, 25, 511–534.
- Smith, P. T., Jones, K. F.: Some hierarchical scaling methods for confusion matrix analysis. II Applications to large matrices. *Br. J. Math. Statist. Psychol.*, 1975, 28, 30–44.
- Smith, E. E., Shoben, E. J. und Rips L. J.: Structure and process in semantic memory: A featural model for semantic decisions. *Psychological Review*, 1974, 81, 214–241.
- Smith, P. T., Wilson, A. W., Jones, K. F.: Some hierarchical methods for confusion matrix analysis I. Theory and applications for small matrices, 1975, 28, 1–29.
- Suppes, P., Zinnes, J. L.: Basic Measurement Theory. In: R. D. Luce, R. R. Bush, E. Galanter (Eds.), *Handbook of Math. Psychol.* 1963, Vol. I; 1–76.
- Swingle, P. G.: *Social Psychology in Natural Settings*, Chicago: Aldine Publ. Co, 1973.
- Tack, W. H.: Möglichkeiten der Analyse von Konfusionsmatrizen. *Z. f. Psychol.*, 1968, 175, 68–91.
- Tatsuoka, M. M.: *Multivariate Analysis*. New York: Wiley, 1971.
- Townsend, J. T.: Theoretical Analysis of an Alphabetic Confusion Matrix. *Perception & Psychophysics*, 1971, 9, 40–50.
- Torgerson, W. S.: *Theory and Methods of Scaling*, New York: Wiley, 1958.
- Trier, J.: Der deutsche Wortschatz im Sinnbezirk des Verstandes, Bd. I. Heidelberg, 1931 (zit. n. H. Hörmann, *Psychologie der Sprache*, Berlin 1967).

- Trier, J.: Das sprachliche Feld. Neue Jahrbücher für Wissenschaft und Jugendbildung, 1934, 10, 428–449 (zit. n. H. Hörmann, *Psychologie der Sprache*, Berlin 1967).
- Tulving, E., Pearlstone, Z.: Availability versus accessibility of information in memory for words. *J. Verb. Learning and Verbal Behavior*, 1966, 5, 381–391.
- Tversky, A.: Elimination by aspects: A theory of choice. *Psychological Review*, 1972, 79, 281–299.
- Tversky, A.: Features of similarity, präsentiert auf der Tagung: Internationales Symposium über multidimensionale Skalierung und verwandte Gebiete, Institut für Psychologie der RWTH Aachen, 5.–12. 12. 1976.
- Tversky, A.: Features of similarity. *Psychological Review*, 1977, 84, 327–352.
- Tversky, A., Krantz, D. H.: The dimensional representation and the metric structure of similarity data. *J. Math. Psychol.* 1970, 7, 572–579.
- Underwood, B. J., Schulz, R. W.: Meaningfulness and verbal learning, Philadelphia, 1960.
- Werner, H.: Intermodale Qualitäten (Synästhesien). In: W. Metzger, H. Erke, (Hrsgb), *Handbuch der Psychologie*, Bd. 1, 278–303, 1963.
- Wertheimer, M.: Untersuchungen zur Lehre von der Gestalt, II. *Psychol. Forschung*, 1923, 4, 301–350.
- Westmeyer, H.: Logische Analyse des Ähnlichkeitsbegriffs, Papier aus dem ‚Seminar über Ähnlichkeit‘ unter Leitung von Prof. Witte und Dr. Kallina im SS 1969.
- Wish, M.: A facet-theoretic approach for morse code and related signals, Michigan Math. Psychol. Program, Technical Report, MMPP 65–6, 1965a.
- Wish, M.: A structural Theory for the Perception of Morse Code Signals and Related Rhythmic Patterns, Center for Research on Language and Language Behavior, Univ. of Michigan, 1965b.
- Wish, M.: Model for the Perception of Morse Code-like Signals. *Human Factors*, 1967, 9, 529–40.
- Wish, M.: Notes on the Variety, Appropriateness and Choice of Proximity Measures, paper presented at the Workshop on Multidimensional Scaling, June 7–10, 1972, Philadelphia.
- Wish, M., Carroll, J. D., Applications of „Individual Differences Scaling“ to Studies of Human Perception and Judgment. In: E. C. Carterette, M. P. Friedman (Eds.) *Handbook of Perception*, 1974, Vol. II, 449–491. New York: Academic Press.
- Wundt, W. *Grundriss der Psychologie*. Stuttgart, 1920¹⁴.
- Yaari, M. E.: Linear Algebra for Social Sciences, Englewood Cliffs, N. J.: Prentice Hall, 1971.
- Young, F. W.: On Describing Ordinal Data with a Cardinal Model, The L. L. Thurstone Psychometric Lab., 1974, Nr. 130, University of North Carolina, Chapel Hill. N.C., 27514.
- Zimmer, A.: Metrische Eigenschaften der symmetrischen Mengendifferenz in Begriffshierarchien *Psychol. Beiträge*, 1976, 18, 208–213.
- Ich möchte Ingwer Borg an dieser Stelle für relevante Literaturhinweise danken, die er mir 1977 nach Lektüre des Manuskripts auf dem 2. Symposium über MDS in Aachen gegeben hat:
- Borg, I.: Ein Verfahren zur Analyse metrischer, asymmetrischer Proximitätsmatrizen. Unveröffentlichtes Manuskript.
- Chino, N.: Some Applications of Chino's ASYMSCAL to Social Science Problems. Paper presented at the 5th annual conference of the Behaviormetric Society in Japan, 1977.
- Tobler, W. R.: Migration fields. Unveröffentlichtes Manuskript: International Institute for Applied Systems Analysis