

## Wärmeübertragung

### 1 Einleitung

Bei allen chemischen Prozessen spielt die Energieübertragung für die Reaktionsführung eine große Rolle. In den meisten Fällen handelt es sich hierbei um Wärme, die innerhalb und zwischen verschiedenen Systemen übertragen wird. Eine genaue Kenntnis der Wärmeübertragungsmechanismen ist unumgänglich, um einen sicheren Ablauf des Prozesses und eine richtige Dimensionierung der Reaktoren, Wärmetauscher und Rohrleitungen zu gewährleisten. Neben chemischen und verfahrenstechnischen sind auch wirtschaftliche Gesichtspunkte von großer Bedeutung, da die Energiekosten bei der Durchführung eines Prozesses möglichst klein gehalten werden müssen.

Wärme kann durch Leitung, Konvektion und Strahlung übertragen werden. Den einzelnen Mechanismen kommt je nach übertragendem Medium und treibender Temperaturdifferenz verschiedene Bedeutung zu. Oftmals stellt die Wärmeübertragung einen komplexen Vorgang dar, der nur durch die Aneinanderreihung von mehreren Teilschritten mathematisch erfassbar ist. So wird sich zum Beispiel in einem stark durchmischten Fluid, in dem die Wärmekonvektion vorherrscht, in der Nähe der Gefäßwand ein Grenzfilm ausbilden. Das heißt, dass sich hier die Fluide nur laminar und parallel zur Wand bewegen können. Dadurch wird die Wärmeübertragung zur Wand (Wärmeübergang) nicht mehr durch Konvektion, sondern nur noch durch die langsamere Wärmeleitung gewährleistet. Bei der Berechnung kommt erschwerend hinzu, dass die Dicke des Grenzfilms von vielen hydrodynamischen und stofflichen Parametern abhängig ist. Zur mathematischen Beschreibung des Wärmeübergangs auf die Wand wird deshalb auf eine „Kriteriengleichung“ mit dimensionslosen Kennzahlen zurückgegriffen.

### 2 Wärmeleitung

Die Wärmeleitung ist ein Transportvorgang im atomaren bzw. molekularen Bereich. In der Theorie wird das Transportmedium zur Vereinfachung als homogen und isotrop angenommen, das heißt, es sollen keine Änderungen der spezifischen Wärme und der Dichte innerhalb des Mediums auftreten. Da es für viele Probleme genügt, eine eindimensionale Wärmeleitung in Richtung des Wärmestroms zu betrachten, gilt die 1. Fouriersche Gleichung für die Wärmeleitung:

$$\dot{q} = -\lambda \frac{dT}{dz} \quad (1)$$

mit:

$$\dot{Q} = \frac{Q}{t} = \text{Wärmestrom}; \quad \dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A} = \text{Wärmestromdichte};$$

$$\lambda = \text{Wärmeleitfähigkeit}; \quad A = \text{Wärmeaustauschfläche}$$

Für die instationäre Wärmeleitung gilt die 2. Fouriersche Differentialgleichung:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (2)$$

Sind Wärmequellen oder -senken  $\bar{q}$  im System vorhanden, wird also Wärme erzeugt oder verbraucht, erscheint ein zusätzlicher Term in Gl. (2).

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{\bar{q}}{\rho \cdot c_p} \quad (3)$$

Die in Gleichung (2) vorhandenen Stoffkonstanten werden im allgemeinen zur Temperaturleitzahl  $a$  zusammenfasst:

$$a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p} \quad (4)$$

Wärme- und Temperaturleitzahlen sind temperaturabhängige Stoffkonstanten, die Tabellenwerken zu entnehmen sind. In Tabelle 1 sind einige typische Werte aufgeführt.

Tabelle 1: Wärme- und Temperaturleitzahlen einiger Stoffe

	$\lambda$ / (W/m K)	$a$ $10^6$ / (m <sup>2</sup> /s)
Aluminium	229	94.6
Gusseisen	58	14.7
Chromnickelstahl	14.5	4
Gold (rein)	310	124
Kupfer (sehr rein)	395	115
Beton	1.28	0.66
Eis	2.2	1.2
Fensterglas	1.16	0.56
Graphit (fest)	11 – 17.5	-
Asbestplatten	0.7	0.443
Bakelit	0.233	0.11
Acrylglas (Plexiglas)	0.184	-
Wasser	0.598	0.143
Ethylalkohol	0.180	0.0924
Luft (760 Torr)	0.0257	21.4
Wasserstoff (1 atm)	0.202	191

## Wärmeleitung durch eine ebene Wand

Die Wärmeleitung im stationären Betrieb erfolgt nur in Richtung des Wärmestroms, die als  $z$ -Richtung definiert sein soll (Abbildung 1). Damit gilt die 1. Fouriersche Gleichung. Durch Lösung dieser Gleichung erhält man eine allgemeine Beziehung zwischen Wärmestromdichte und treibender Temperaturdifferenz:

$$\int_{z_1}^{z_2} dz = -\frac{\lambda}{q} \int_{T_1}^{T_2} dT$$

$$z_2 - z_1 = -\frac{\lambda}{q} (T_2 - T_1)$$

$$\frac{\Delta z}{\lambda} = -\frac{\Delta T}{q} \quad (5)$$

Der Temperaturverlauf ist linear (s. Abb. 1). Die Größe  $\Delta z/\lambda$  stellt einen auf die Längeneinheit beziehungsweise auf die Dicke bezogenen Wärmewiderstand (spezifischer Wärmewiderstand) dar.

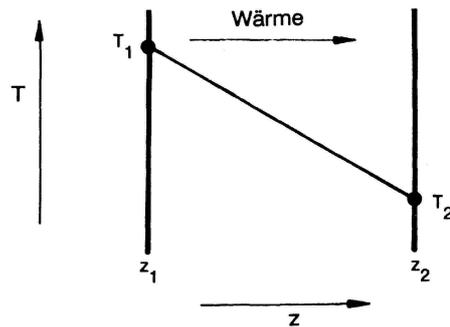


Abb. 1: Temperaturprofil für eine eindimensionale Wärmeleitung

Ist die Wand aus mehreren Schichten unterschiedlicher Wärmeleitfähigkeit aufgebaut (siehe Abb. 2), addieren sich die spezifischen Wärmewiderstände  $\Delta z_i/\lambda_i$

$$\sum_{i=1} \frac{\Delta z_i}{\lambda_i} = -\frac{\Delta T}{q}$$

bzw.:

$$q = -\frac{1}{\sum \frac{\Delta z_i}{\lambda_i}} \Delta T \quad (6)$$

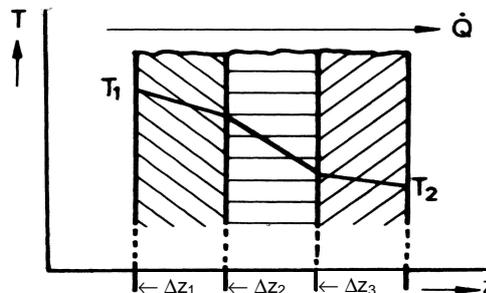


Abb. 2: Eindimensionale Wärmeleitung durch mehrere Schichten

### 3 Konvektiver Wärmeübergang

Als konvektiver Transport wird allgemein ein Transport durch Bewegung größerer Materieaggregate bezeichnet. Dieses Transportphänomen ist in strömenden fluiden Medien immer dem molekularen Transport überlagert und wird durch hydrodynamische Vorgänge im System maßgebend beherrscht. Wird die Bewegung der Materieaggregate durch Dichteunterschiede im Medium hervorgerufen, liegt freie Strömung oder Eigenkonvektion vor. Davon zu unterscheiden ist die erzwungene Konvektion, die zum Beispiel durch Verrühren oder Umpumpen erreicht werden kann.

Wie einleitend erwähnt, verläuft die Wärmekonvektion schnell. Beim Wärmeübergang von einer festen Wand auf ein fluides Medium und umgekehrt bildet sich allerdings an der Wand ein laminar fließender Film (Prandtl'sche Grenzschicht) aus, durch den die Wärme nur durch Leitung transportiert werden kann (Abbildung 2). Die Wärmestromdichte ist der Temperaturdifferenz von Wandtemperatur und Temperatur im Kern des fluiden Mediums proportional. Der Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha$  ist der Proportionalitätsfaktor:

$$\dot{q} = \alpha \cdot \Delta T = \alpha \cdot (T_{Wand} - T_{Fluid}) \quad (7)$$

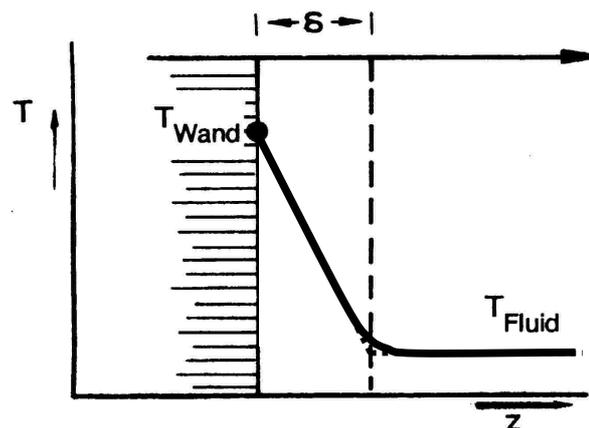


Abb. 2: Temperaturverlauf beim Wärmeübergang von einer festen Wand auf ein fluides Medium

Der Wärmeübergangswiderstand  $1/\alpha$  (innerhalb der „Prandtl'schen Grenzschicht“ der Dicke  $\delta$ ) beherrscht den Gesamtwiderstand bei der Wärmekonvektion. Aufgrund der meist komplexen hydrodynamischen Vorgänge an den Phasengrenzen können oft keine exakten Angaben über die Schichtdicke  $\delta$  gemacht werden, so dass  $\alpha$  nur experimentell bestimmt werden kann. In der Technik ist es üblich,  $\alpha$  bzw. die daraus abgeleitete dimensionslose Kennzahl  $Nu$  (Nusselt-Kennzahl) als Funktion der Reynolds- und Prandtl-Zahlen durch sogenannte Kriteriengleichungen darzustellen. Auch diese Kriteriengleichungen können sehr komplex sein. Sie sind für unterschiedliche hydrodynamische Bedingungen und Reaktor- bzw. Kühlerbauformen der Fachliteratur (z. B. VDI-Wärmeatlas) zu entnehmen. Eine vereinfachte Kriteriengleichung für einen geraden Rohrkühler wird in den „Hinweisen zur Versuchsauswertung“ dieses Skripts vorgestellt.

## Wärmeübergang beim Verdampfen und Kondensieren

Allgemein gilt, dass durch Ausnutzung von latenten Wärmen die Wärmeführung beeinflusst und in der Regel wesentlich verbessert wird. Die Änderung des Aggregatzustandes, also die Bildung von Dampfblasen oder das Entstehen von Kondensattropfen erzeugt in der Prandtl'schen Grenzschicht Turbulenzen, die die Wärmeübertragung verbessern. Obwohl Verdampfen und Kondensieren zu den ältesten wärmetechnischen Verfahren gehören, ist deren technische Berechnung heute noch nicht möglich. Es sind folgende Arten der Verdampfung zu unterscheiden:

- Verdampfen an einer Flüssigkeitsoberfläche
- Blasenverdampfung (Sieden)
- Filmverdampfung (Leidenfrost'sches Phänomen)
- kurzzeitige örtliche Blasenbildung in unterkühlter Flüssigkeit

Abb. 3 zeigt die Abhängigkeit der Heizflächenbelastung  $\dot{q}$  und des Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$  von der Temperaturdifferenz zwischen der Oberflächentemperatur der Heizfläche und Siedetemperatur der Flüssigkeit.

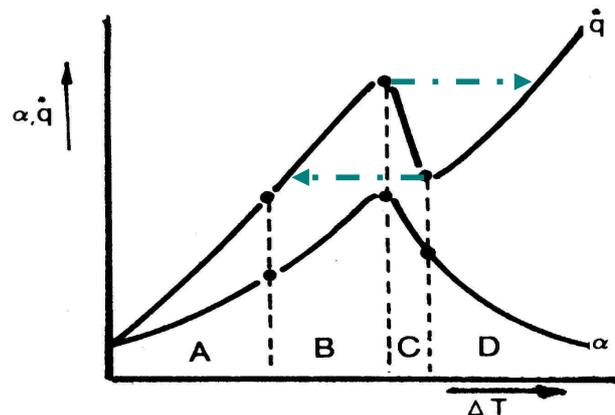


Abb. 3: Abhängigkeit der Heizflächenbelastung und Wärmeübergangszahl von der Temperaturdifferenz (Nukijama-Kurven)

- im Bereich A gelten die Gesetze der freien Konvektion nichtsiedender Flüssigkeiten
- im Bereich B herrscht Blasenverdampfung
- bei C liegt instabile Filmverdampfung vor
- im Bereich D ist die Filmverdampfung stabil

Die Kondensation ist, ebenso wie das Verdampfen, ein komplexer Vorgang mit gekoppeltem Wärme- und Stoffaustausch. Soll ein Dampf an einer Oberfläche kondensieren, muss die Wandtemperatur unter der Sättigungstemperatur des Dampfes liegen. Das Kondensat schlägt sich dann an der Wand als zusammenhängender Flüssigkeitsfilm (Filmkondensation) oder in Tropfenform (Tropfenkondensation) nieder. Tropfenkondensation tritt auf, wenn das Kondensat die Wand nicht benetzt und hat den Vorteil, dass die Wärmeübergangskoeffizienten erheblich größer als bei der Filmkondensation sind. Man kann die Tropfenkondensation durch Zugabe von Antinezmitteln zum Dampf erreichen.

## 4 Wärmestrahlung

Wärmestrahlen sind elektromagnetische Wellen mit einer Wellenlänge von 0.8  $\mu\text{m}$  bis 0.8 mm. Feste und flüssige Körper sowie Gase können Wärme auch in Form von Strahlung aufnehmen. Wärmestrahlung, die auf einen Körper trifft, kann absorbiert, reflektiert und hindurch gelassen werden:

$$\frac{\dot{Q}_A}{\dot{Q}} + \frac{\dot{Q}_R}{\dot{Q}} + \frac{\dot{Q}_D}{\dot{Q}} = A + R + D = 1 \quad (8)$$

Dabei sind die folgenden Sonderfälle zu unterscheiden:

schwarzer Körper	$A = 1$	$R = 0$	$D = 0$
Idealer Spiegel	$A = 0$	$R = 1$	$D = 0$
diathermaner Körper	$A = 0$	$R = 0$	$D = 1$

Die von einem Körper abgestrahlte Energie  $\dot{Q}$  ist abhängig von seiner Fläche und der Intensität der Strahlung, die ihrerseits eine Funktion der Wellenlänge  $\lambda$  und der Temperatur  $T$  ist:

$$\dot{Q} = A \int_{\lambda=0}^{\infty} I(\lambda, T) d\lambda \quad (9)$$

Die Intensität der Strahlung  $I$  berechnet sich entsprechend dem Planckschen Strahlungsgesetz nach:

$$I_s(\lambda, T) = \frac{C_1}{\lambda^5 \left( e^{C_2 / \lambda \cdot T} - 1 \right)} \quad (10)$$

$$C_1 = 2 \cdot \pi \cdot h \cdot C_0^2 \quad C_2 = C_0 \cdot h / k$$

$C_0$  - Lichtgeschwindigkeit im Vakuum

$h$  - Plancksches Wirkungsquantum

$k$  - Boltzmann-Konstante

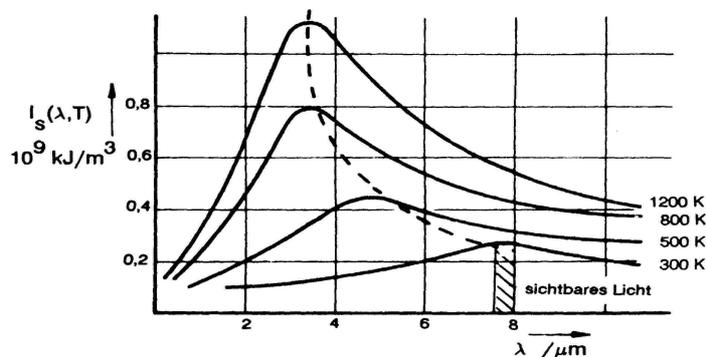


Abb. 4: Intensitätsverteilung der Strahlung eines schwarzen Körpers

Abbildung 4 zeigt, dass die Intensität der Strahlung bei bestimmten Wellenlängen Maxima besitzt. Es ist zu erkennen, dass die Lage des Maximums von der Temperatur abhängig ist,

und dass mit steigenden Temperaturen die Strahlung intensiver wird. Dies führt letztlich dazu, dass in der Technik die Wärmestrahlung erst ab Temperaturen  $> 500 \text{ }^\circ\text{C}$  einen bedeutenden Beitrag zur Wärmeübertragung leistet<sup>#</sup>. Die Lage der maximalen Intensität kann mit Hilfe des Wienschen Gesetzes berechnet werden:

$$\lambda_{\max} \cdot T = 0.2896 \text{ cm K} \quad (11)$$

Die gesamte von einem schwarzen Körper bei der Temperatur  $T$  ausgestrahlte Energie errechnet sich mit Hilfe der Gleichung (12):

$$\dot{Q} = A \int_{\lambda=0}^{\infty} I_s(\lambda, T) d\lambda = A \frac{2 \cdot \pi^5 \cdot k^4}{15 \cdot C_0^2 \cdot h^3} T^4 = A \cdot C_s \left( \frac{T}{100} \right)^4 \quad (12)$$

mit

$$C_s = 5.675 \cdot 10^{-4} \text{ W/cm}^2 \cdot \text{K}^4$$

Die Gleichung (12) gilt für einen „schwarzen Körper“, also einen Körper mit maximalem Absorptions- bzw. Emissionsvermögen. Graue Körper besitzen ein Emissionsvermögen, das kleiner als das des schwarzen Körpers ist. Dies drückt sich in der Emissionszahl aus:

$$\varepsilon = \frac{E}{E_s} = \frac{C}{C_s} \quad (13)$$

$\varepsilon$  ist eine Funktion des Materials, der Oberflächenbeschaffenheit und der Temperatur. Tabelle 2 zeigt einige Werte für  $\varepsilon$ .

Tabelle 2:

Material/Oberfläche	T /°C	$\varepsilon$
Kupfer, poliert	20	0.03
Kupfer, oxidiert	130	0.76
Eisen, Gusshaut	100	0.80
Ton, gebrannt	70	0.91
Emaile, Lacke	20	0.85 – 0.95
Glas	90	0.94

Gase strahlen, weil die Gasmoleküle bei Zusammenstößen Schwingungen und Rotationen ausführen, und dadurch elektromagnetische Wellen aussenden. Bei den meisten Gasen ist dieser Effekt nur wenig ausgeprägt, so dass sie „durchlässig“ (diathermane Körper) sind. Für die chemische Technik wichtige Ausnahmen sind die Strahlungen von  $\text{CO}_2$  und Wasserdampf. So wird zum Beispiel beim Steamcracken (endotherme Reaktion) die notwendige Reaktionswärme aus der Verbrennung von Erdgas oder Naphta gewonnen. Nur bei einer schnellen Entfernung der Verbrennungsprodukte  $\text{CO}_2$  und  $\text{H}_2\text{O}$  kann die erzeugte Wärme ungehindert auf die Reaktorrohre übertragen werden.

<sup>#</sup> Da im Vakuum (zum Beispiel im All) die Wärme weder durch Konvektion noch durch Leitung übertragen werden kann, ist hier die Strahlung der alleinige relevante Transportmechanismus.

## 5 Wärmedurchgang

Als Wärmedurchgang wird der Wärmetransport aus dem Inneren einer fluiden Phase (Kern der Phase) über Phasengrenzen und Wände hinweg in das Innere einer zweiten fluiden Phase bezeichnet. Der gesamte Durchgangswiderstand setzt sich additiv aus den einzelnen Wärmewiderständen zusammen. Maßgeblich sind diejenigen Einzelwiderstände, die auf Wärmeleitung beruhen. Abb. 5 zeigt schematisch den Wärmedurchgang von einer fluiden Phase durch eine ebene Wand in eine zweite fluide Phase, also der typischen Problemstellung für Wärmetauscher.

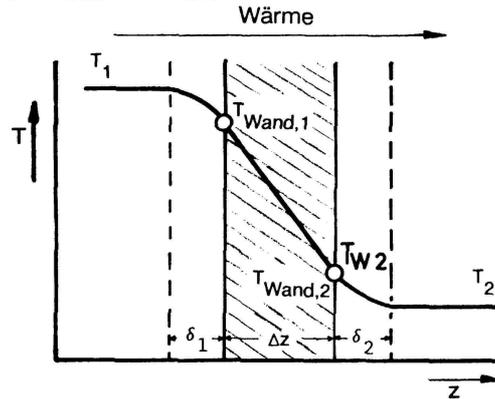


Abb. 5: Schematische Darstellung eines Wärmedurchgangs

Für den gesamten Vorgang wird die Wärmedurchgangszahl  $k_w$  eingeführt.

$$\dot{q} = k_w \cdot \Delta T \quad (14)$$

Der Durchgangswiderstand  $1/k_w$  ist

$$\frac{\dot{Q}}{A \alpha_1} = T_1 - T_{w,1} \quad \frac{\dot{Q} \Delta z}{A \lambda} = T_{w,1} - T_{w,2} \quad \frac{\dot{Q}}{A \alpha_2} = T_{w,2} - T_2$$

$$\hookrightarrow \frac{\dot{Q}}{A} \left( \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\Delta z}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \right) = T_1 - T_2$$

bzw.

$$\frac{1}{k_w} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\Delta z}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \quad (15)$$

Während die Wandstärke  $\Delta z$  aus der Konstruktionszeichnung des Wärmetauschers und die Wärmeleitahlen  $\lambda$  auch als Funktion der Temperatur aus Tabellenwerken zu entnehmen sind, ist man bei der Bestimmung der Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$  auf Krietergleichungen oder auf selbst durchgeführte Versuchsserien angewiesen. Bei letzterem Vorgehen wird in einer ersten Versuchsserie durch gezielte Änderung der hydrodynamischen Verhältnisse auf nur einer Seite der Wand (auf der anderen Seite der Wand müssen die hydrodynamischen Verhältnisse konstant bleiben) erst  $\alpha_1$  als Funktion von **Re** und **Pr** ermittelt, bevor in einer zweiten Versuchsserie die hydrodynamischen Verhältnisse auf der anderen Seite der Wand geändert werden und der zweite Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha_2$  bestimmt wird.

## 6 Wärmetauschapparate

Es wird zwischen direktem und indirektem Wärmeaustausch unterschieden. Beim direkten Wärmeaustausch werden fluide Phasen unterschiedlicher Temperatur miteinander vermischt. Ein typisches Beispiel aus der chemischen Prozesstechnik ist das Quenchen. Dies führt zu einem sehr schnellen Abkühlen von Reaktionsgemischen, die bei hohen Temperaturen anfallen. Durch die „schlagartige“ Temperaturänderung werden Rekombinationsreaktionen während des Abkühlens positiv beeinflusst (Steamcracker). So werden Spezies, die bei hohen Temperaturen thermodynamisch stabil sind, in einen metastabilen Zustand überführt, der durch langsames Abkühlen und einem thermodynamisch gelenkten Verlauf der Rekombinationsreaktionen nicht erreicht wird.

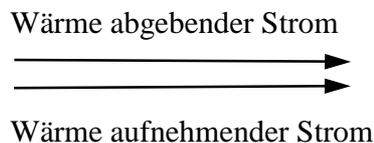
Der indirekte Wärmeaustausch findet über eine die fluiden Phasen trennende Wand statt. Hier müssen neben den Phänomenen des Wärmeübergangs und der Beeinflussung der Prandtlischen Grenzschichten die Richtungen der Fluidströme berücksichtigt werden, da die Temperaturen in den wärmetragenden Strömen ortsabhängig sind<sup>#</sup>.

### 6.1 Richtung der Flüssigkeitsströmung

Bei mit dem Ort veränderlichen Temperaturen ist die Wärmeübertragung stark davon abhängig, in welcher Richtung die Strömung der Medien erfolgt.

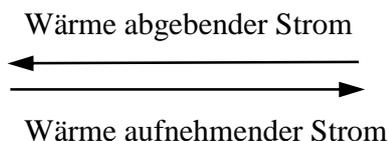
#### - **Parallel- oder Gleichstrom**

Medien 1 und 2 strömen entlang der Austauschfläche in gleicher Richtung



#### - **Gegenstrom**

Die im Wärmeaustausch stehenden Medien strömen beiderseits ihrer Trennwand in entgegengesetzter Richtung



#### - **Kreuz- und Querstrom**

Hierbei strömen die im Wärmeaustausch stehenden Medien rechtwinklig zueinander. Bei Rohrbündelreaktoren wird häufig der **Kreuzgegenstrom** angewendet, bei dem durch Umlenkbleche das Heiz- oder Kühlmittel sinusförmig geleitet wird.

---

<sup>#</sup> Bei Ausnutzung latenter Wärmen können derartige Temperaturgradienten vermieden werden.

## 6.2 Beschreibung der Wärmeübertragung bei Gleich- und Gegenstrom

Zur Vereinfachung der Beschreibung der Wärmeübertragung bei Gleich- und Gegenstrom wird in diesem Skript folgendes vorausgesetzt:

- Es herrschen stationäre Bedingungen vor, das heißt, dass an jedem Punkt im Bilanzraum (Fluid oder Wand) die Temperatur unabhängig von der Zeit ist. Temperaturänderungen treten lediglich örtlich auf.
- Die durch Strahlung übertragene Wärmemenge ist vernachlässigbar.
- Die den Wärmedurchgangswiderstand bestimmenden Einzelwiderstände ergeben sich aus den Wärmeleitungen in den Prandtl'schen Grenzschichten und der Wand. Es handelt sich um eine ebene Wand.

Die Abb. 6 und 7 zeigen das Temperaturprofil des Wärme abgebenden (z. B. Reaktionsmasse) und des Wärme aufnehmenden (z. B. Kühlmasse) Stroms entlang des Wärmetauschers. Es fällt auf, dass die Temperaturdifferenzen (Triebkraft für den Wärmetausch) zwischen den fluiden Medien nicht konstant sind. Während beim Gleichstromwärmetauscher diese Temperaturdifferenz am Eingang sehr groß ist und zum Ausgang hin immer kleiner wird, existiert beim Gegenstromwärmetauscher eine annähernd gleich große Temperaturdifferenz über die gesamte Länge des Wärmeaustauschers. Werden Mittelwerte für die Temperaturdifferenzen gebildet, so wird bei ausreichender Länge des Wärmetauschers der Mittelwert im Fall des Gegenstroms größer sein als der des Gleichstroms. Dies bedeutet, dass bei Anwendung des Gegenstromprinzips mehr Wärme ausgetauscht werden kann. Darüber hinaus kann bei Verwendung eines Gegenstromwärmetauschers die Temperatur des Wärme aufnehmenden Fluids heißer werden als der den Wärmetauscher verlassende Wärme abgebende Fluidstrom ( $T_{2E} > T_{1E}$ , s. Abb. 7). Der Vorteil der Gleichstromführung ergibt sich aus der besonders großen Temperaturdifferenz am Eingang des Wärmetauschers. Hier kann in besonders kurzer Zeit eine sehr große Wärmemenge übertragen werden. Dies ist von großer Bedeutung, wenn die Produkte einer Gleichgewichtsreaktion (temperaturabhängig) durch „Einfrieren“ in einen metastabilen Zustand überführt werden.

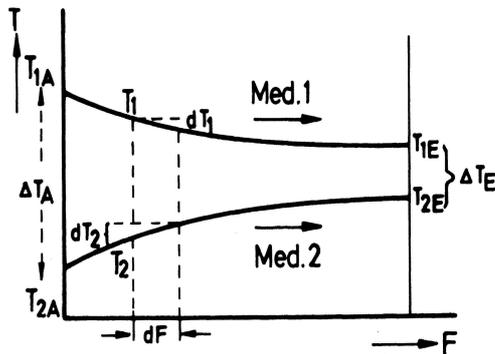


Abb. 6: Temperaturprofil in einem Gleichstromwärmetauscher

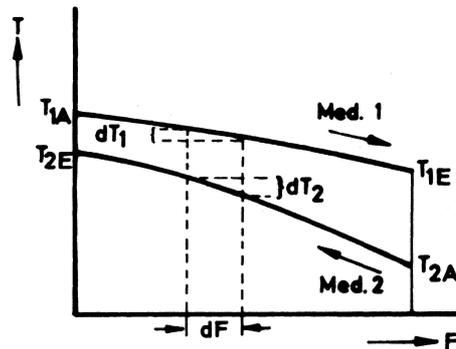


Abb. 7: Temperaturprofil in einem Gegenstromwärmetauscher

Hier sollen lediglich Apparate für den indirekten Wärmeaustausch (also örtliche Trennung von Wärme abgebenden und Wärme aufnehmenden Medien) vorgestellt werden.

### 1) Rohrbündelwärmeaustauscher

Dieser Apparat besteht aus geraden Rohren, die an ihren Enden in Rohrböden eingesetzt sind (Abb. 8). Der eine Fluidstrom (z. B. die Reaktionsmasse als Wärme abgebendes Fluid bei exothermen Reaktionen) strömt durch die Rohre, das andere (z. B. die Kühlmasse) umpflicht die Rohre. Oft wird durch Schikanebleche ein Kreuzgegenstrom erzeugt (siehe Abb.8).

Die Rohrbündel bestehen aus bis zu 1000 Einzelrohren. Die Stärke der Einzelrohre beträgt in der Regel zwischen 15 mm und 40 mm. Der Abstand zwischen den Rohren beträgt mindestens das 0,3fache des Rohraußendurchmessers. Rohre mit einer Länge von 1 bis 6 m werden gradrohrig oder als U-Rohr geführt. Werden längere Einzelrohre benötigt, werden diese spiral- oder wendelförmig angeordnet. Es entstehen "gewickelte Rohrwendelapparate".

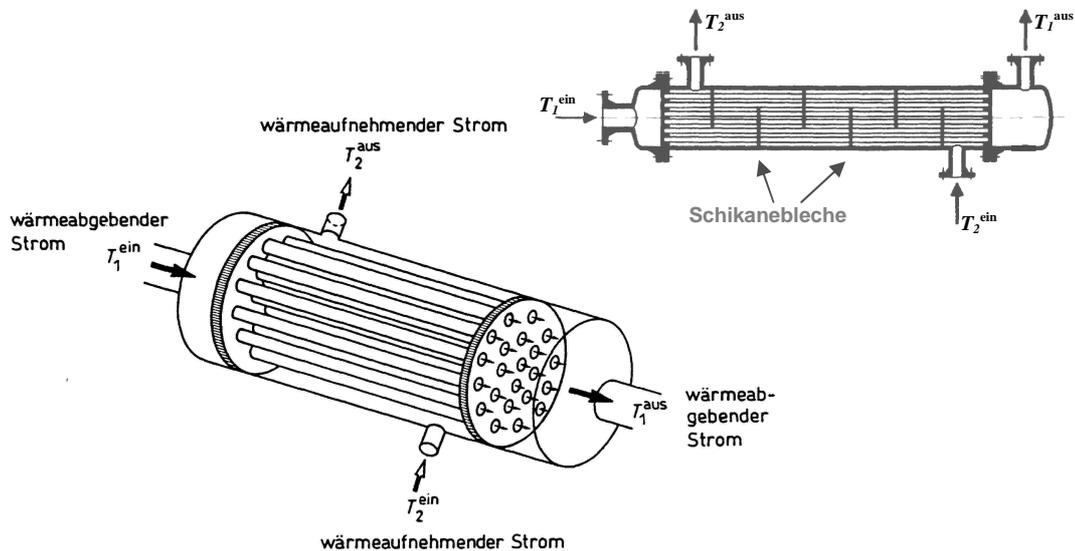


Abb. 8: Rohrbündelwärmeaustauscher

### 2) Kühlschlangen

Behälter mit großem Volumen sowie Rührkesselreaktoren kann man durch Rohrschlangen oder aufgeschweißte Rohre beheizen oder kühlen. Beachten Sie die Zusatzaufgabe zum Praktikumsversuch !

### 3) Plattenwärmeaustauscher

Eine große Austauschfläche auf kleinem Raum kann man auch mit einem Plattenwärmeaustauscher realisieren. Er besteht aus parallelen geriefen Platten, die zu Plattenpaketen aneinander gepresst oder gelötet werden. Durch eine unterschiedliche Anordnung der Riefen an den Wärme aufnehmenden bzw. den Wärme abgebenden Fluidstrom wird eine Gegenstromführung erreicht (Abb.9).

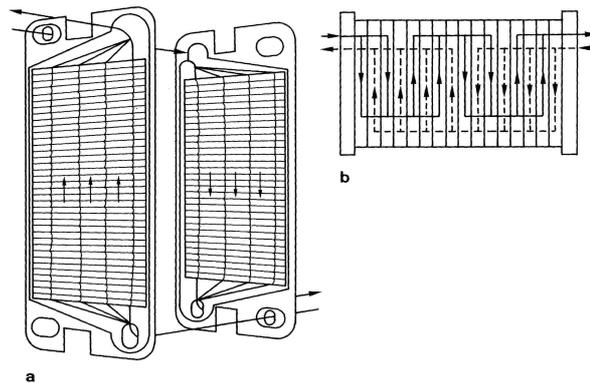


Abb. 9: Aufbau eines Plattenwärmetauschers - a) zwei Platten; b) Beispiel für die Schaltung

#### 4) Dünnschichtverdampfer

Der Dünnschichtverdampfer oder Rotorverdampfer gewährleistet eine schonende Verdampfung. Wischblätter erzeugen kontinuierlich einen dünnen Fluidfilm an der Verdampferwand (siehe Abb. 10), wodurch die Wärme gleichmäßig auf die zu verdampfende Substanz übertragen werden kann. Verarbeitet werden hauptsächlich temperaturempfindliche und/oder schäumende Substanzen. Der Dünnschichtverdampfer wird häufig in der Lebensmittelindustrie (z. B. zum Eindicken von Fruchtsäften) eingesetzt. Da der Druckverlust in der Apparatur sehr gering ist, wird er darüber hinaus für die Vakuumverdampfung verwendet.

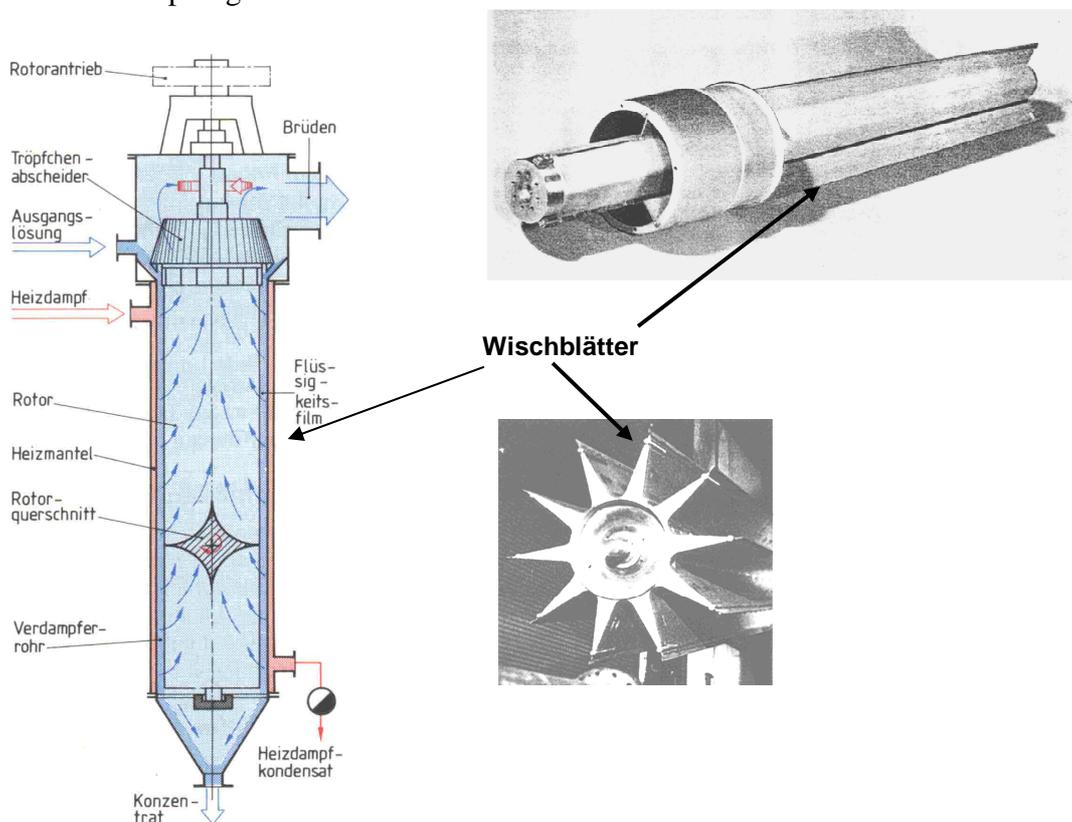


Abb.10: Dünnschichtverdampfer

## Versuch

### Aufgabenstellung

Bestimmen Sie die Wärmeübergangszahl  $\alpha_2$  für den Wärme aufnehmenden Fluidstrom. Dieser fließt durch eine Rohrspirale (siehe Abb. 11). Die Rohrspirale ist in einen Thermostaten eingehängt. Zur Bestimmung des Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha_1$  (vom Thermostatisierbad an die Rohrspirale abgegebene Wärme) dient eine vorgegebene Kriteriengleichung. Als fluides Medium (Wärme abgebend und –aufnehmend) wird jeweils Wasser verwendet.

Aus den Messwerten sind  $Re_2$ -,  $Nu_2$ - und  $Pr_2$ -Zahlen zu errechnen. Mit diesen Werten sollen gemäß der linearisierten Form der Kriteriengleichung (16) durch geeignete Auftragung die Konstante  $K$  sowie der Exponent der  $Re$ - und der  $Pr$ -Zahl ( $m$  und  $n$ ) ermittelt werden.

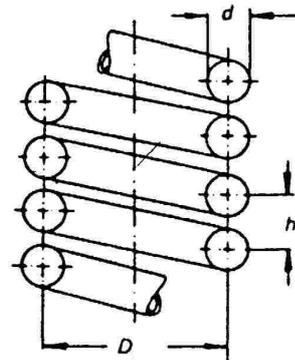
$$Nu = K \cdot Re^m \cdot Pr^n \quad (16)$$

### Versuchsdurchführung

Stellen Sie die Temperaturregelung des Bades auf 40 °C. Zur Veränderung der hydrodynamischen Bedingungen im Wärme aufnehmenden Fluidstrom wird dessen Durchflussmenge zwischen 120 und 420 l/h schrittweise um 50 l/h erhöht. Nach Einstellung von stationären Bedingungen werden die Ein- und Ausgangstemperaturen gemessen. In Abhängigkeit von der Durchflussrate des Wärme aufnehmenden Fluidstroms (aus dem hausinternen Kühlwasserkreislauf – Temperatur ca. 15 °C) wird sich eine Badtemperatur < 40 °C einregulieren. Aus den Werten für die Badtemperatur, und den Eingangs- und Ausgangstemperaturen des Wärmeaufnehmenden Fluidstroms und der jeweiligen Durchflussmenge lässt sich die gesuchte Kriteriengleichung ermitteln.

Abb.11: Geometrie der Rohrwendel (Material – Kupfer)

D - Durchmesser der Wendel	= 120 mm
d - Durchmesser des Kupferrohres	
Innendurchmesser	= 6 mm
Außendurchmesser	= 8 mm
h - Steigung der Wendel	= 20 mm
Länge der Wendel	= 2.75 m



### Aufgabe:

In Rohrschlangen verschiebt sich gegenüber dem geraden Rohr der Umschlag von laminarer zu turbulenter Strömung mit zunehmendem Krümmungsverhältnis  $d/D$  zu höheren  $Re$ -Zahlen. Die kritische  $Re$ -Zahl errechnet sich nach Gleichung 17. Berechnen Sie, bei welchem Volumenstrom die Strömung umschlägt !

$$Re_{kr} = 2300 \left[ 1 + 3,6 \left( \frac{d}{D} \right)^{0,45} \right] \quad (17)$$

## Hinweise zur Versuchsauswertung

Zur mathematischen Beschreibung des Wärmeübergangs werden gewöhnlich Kriteriengleichungen herangezogen, in denen die Nusselt-Zahl ( $Nu$ ) als Funktion der Reynolds-Zahl ( $Re$ ) und der Prandtl-Zahl ( $Pr$ ) dargestellt wird:

$$Nu = f(Re, Pr) \quad (18)$$

Die  $Nu$ -Zahl errechnet sich aus dem Stoffübergangskoeffizienten (als die Größe, zu deren Ermittlung die Kriteriengleichung erstellt wird), der Wärmeleitzahl des fluiden Mediums, die als Funktion der Temperatur tabelliert ist, und einem charakteristischen Längenparameter des Wärmetauschers, der bekannt bzw. leicht zu ermitteln sein muss.

$$Nu = \frac{\alpha_1 \cdot d}{\lambda_{H_2O}} \quad (19)$$

Die Reynolds-Zahl ist eine die Strömungsverhältnisse charakterisierende Größe und wird in der Kriteriengleichung nur bei erzwungener Strömung verwendet. Sollten thermische Auftriebskräfte eine Strömung bedingen, wird anstelle der Reynolds-Zahl die Grashof-Zahl ( $Gr$ ) eingesetzt. Die  $Pr$ -Zahl vereint einige Stoffwerte des Fluids. Diese sind die dynamische Viskosität, die Wärmekapazität und die Wärmeleitzahl. Die genaue Form der Kriteriengleichung ist abhängig von der Bauart des Wärmetauschers und kann beispielsweise dem VDI-Wärmeatlas entnommen werden.

Zur Berechnung von  $Nu_2$  (bzw. von  $\alpha_2$ ) muss  $\alpha_1$  bekannt sein. Für den Wärmeübergang an eine Rohrschlange gilt in grober Näherung ein vereinfachter Exponentialansatz.  $\alpha_1$  wird über folgende (der Literatur entnommen) Gleichung errechnet:

$$Nu = 3,6 \cdot Re^{2/3} \cdot Pr^{1/3} \quad (20)$$

Für die Berechnung der  $Re$ -Zahl müssen die hydrodynamischen Verhältnisse um die Rohrschlange herum, also im Thermostatisierbad, bekannt sein. Da hier die Durchmischung der eines Rührkessels entspricht und während des Versuchs nahezu unverändert bleibt, wird für  $Re_1$  ein (abgeschätzter) Wert von 850 verwendet werden.

Die  $Pr$ -Zahl errechnet sich wie folgt:

$$Pr_1 = \frac{v_1 \cdot c_p \cdot \rho}{\lambda_{H_2O}} = \frac{\eta \cdot c_p}{\lambda} \quad (21)$$

$$\lambda_{H_2O} = 0.100 + 1.66 \cdot 10^{-3} T \quad [W / m \cdot K] \quad (22)$$

$$\eta \cdot c_p = f(T) \quad - \text{siehe Tabellenwerke}$$

Die temperaturabhängigen Stoffdaten sollten bei der Auswertung zwar jeweils für Kaltwasser- und Warmwasserkreislauf berechnet, dann aber für die verschiedenen Stoffströme als konstant eingesetzt werden.

Berechnungen der vom kälteren Medium aufgenommenen Wärmemenge

$$\dot{Q}_2 = \dot{V}_2 \cdot \rho \cdot c_p \cdot (T_2^{aus} - T_2^{ein}) \quad (23)$$

Aus der Temperaturerhöhung des Kaltwassers wird die pro Zeiteinheit übertragene Wärmeenergie berechnet.

Die Wärmeübergangszahl  $k_w$  wird berechnet mit Hilfe der Gleichung (24)

$$\dot{Q} = k_w \cdot A \cdot \overline{\Delta T} \quad (24)$$

$A$  = Außenfläche der Rohrspirale

$\overline{\Delta T}$  = logarithmisches Mittel der Temperaturdifferenz

$$\overline{\Delta T} = \frac{\Delta T^{ein} - \Delta T^{aus}}{\ln(\Delta T^{ein} / \Delta T^{aus})}$$

Der Zusammenhang zwischen  $k_w$  und  $\alpha_1$  geht aus der Gleichung (15) hervor. Die für die Berechnungen notwendigen Wärmeleitzahlen und Apparateabmessungen sind in diesem Skript aufgeführt. Als charakteristischer Längendurchmesser bei der Berechnung der  $Nu$ -Zahlen ist einzusetzen:

- für  $Nu_1$  - Wärmeübergang vom thermostatisierten Raum zur äußeren Wand der Rohrspirale (Wärme abgebendes Medium):  $d_1 = D = 120$  mm (Durchmesser der Rohrwendel – siehe Abb. 11)
- für  $Nu_2$  - Wärmeübergang an der inneren Wand der Rohrspirale:  $d_2 = 6$  mm

Zusatzaufgabe:

In einem Wärmeaustauscher, der als Vorwärmer dient, werden die vorzuwärmenden Eduktgase von 40 °C auf 150 °C erhitzt. Der Produktstrom verlässt den Reaktor, bevor er in den Wärmeaustauscher eintritt, mit einer Temperatur von 270 °C. Der Massestrom beträgt 10 kg/h; die spezifische Wärmekapazität des Gasstroms wird gemittelt und beträgt 1 kJ/kgK. Die Wärmeverluste sind zu vernachlässigen. Wie groß ist die übertragene Wärmemenge und mit welcher Temperatur tritt der Produktstrom aus dem Vorwärmer? Wie groß muss die Wärmeaustauschfläche des Wärmeaustauschers sein, wenn der Wärmedurchgangskoeffizient  $k_w = 20$  kJ/m<sup>2</sup>hK beträgt? Berechnen Sie die Werte sowohl für den Gleich- als auch für den Gegenstrom!

