

# Die Auswirkung von Rückversicherung auf die Eigenmittelanforderungen unter Solvency II

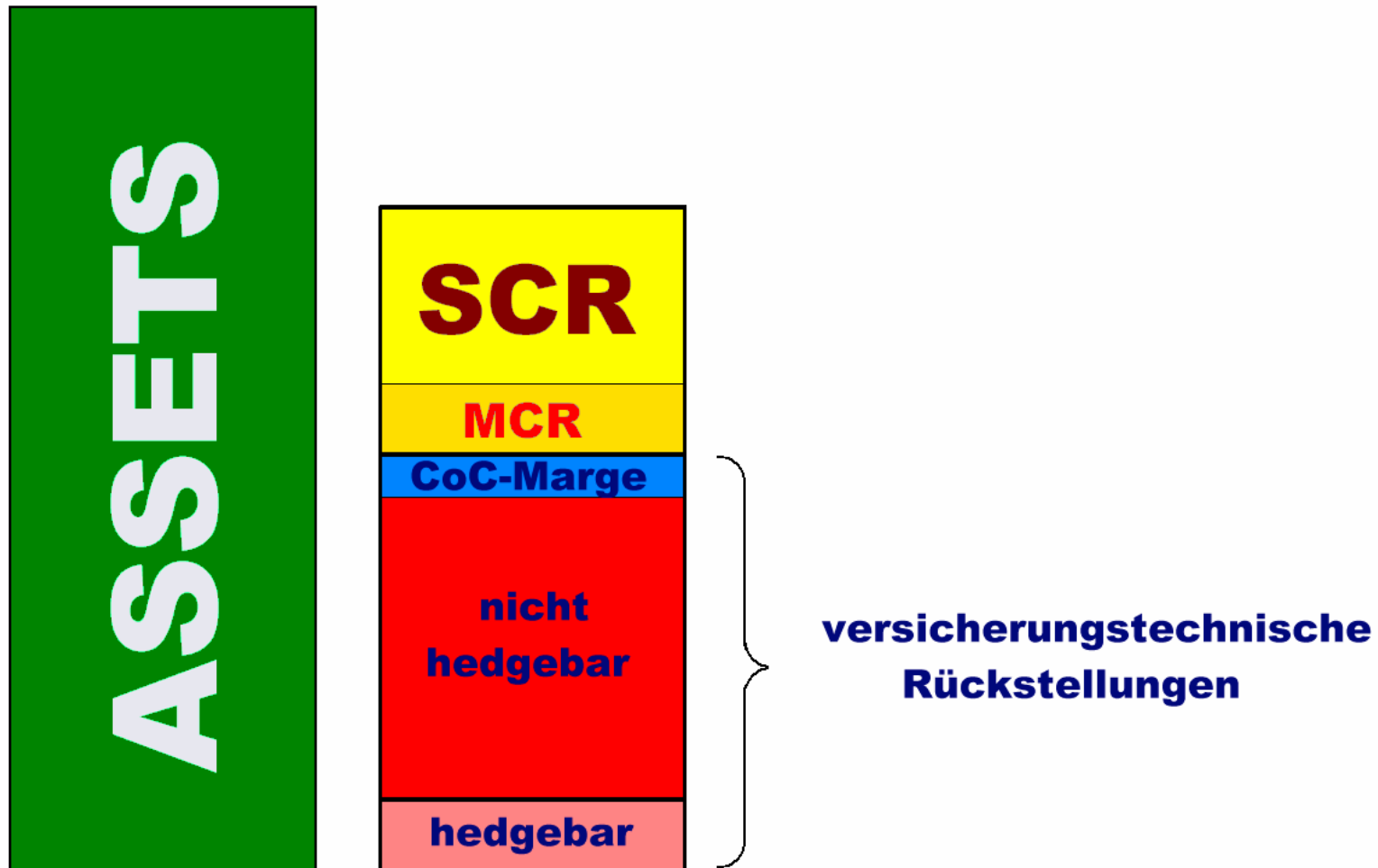
**Prof. Dr. Dietmar Pfeifer**



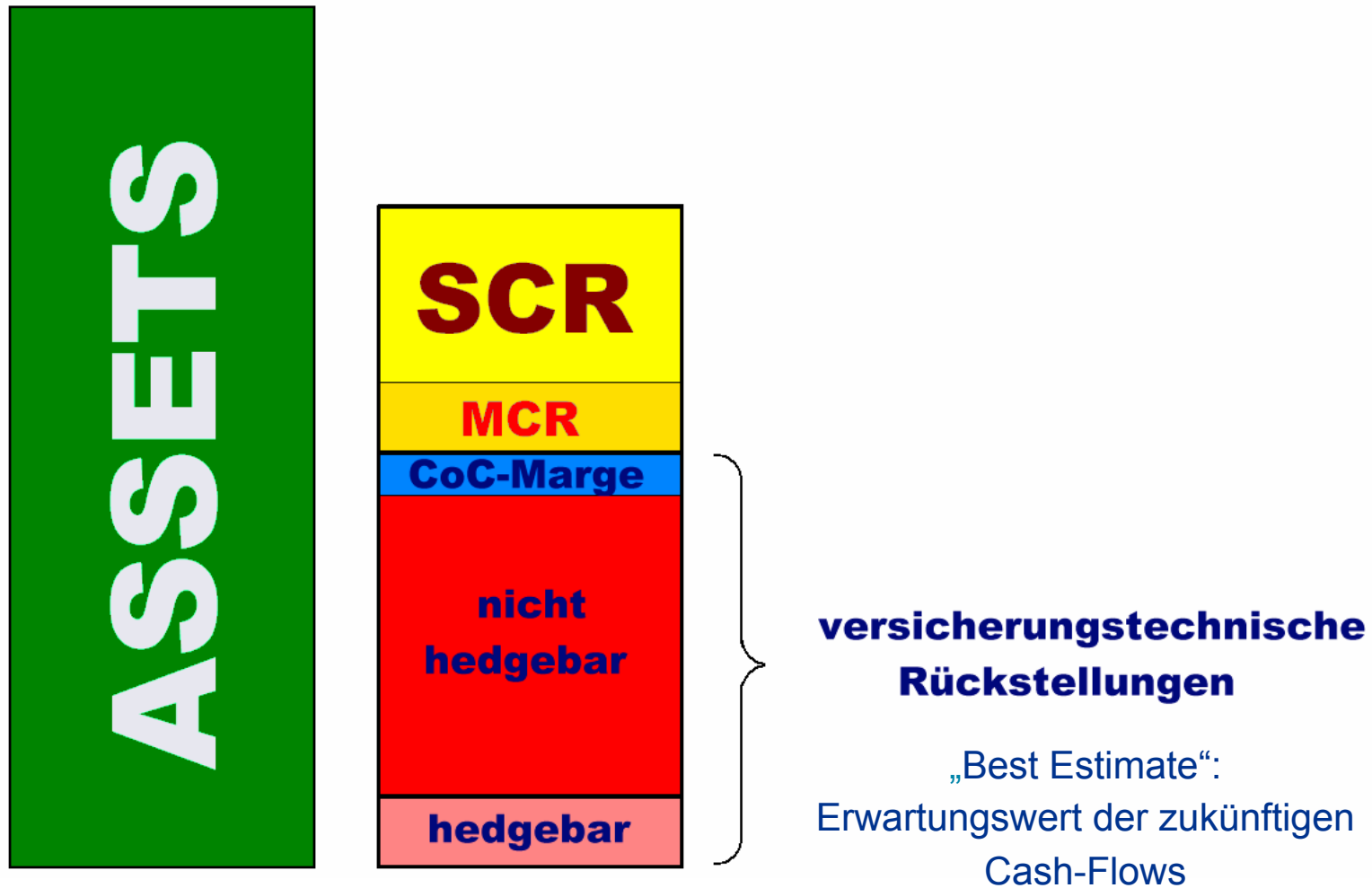
# Agenda

- **Der Aufbau der Solvenz-Bilanz**
- **Zur Begriffsbestimmung des SCR**
- **Die Auswirkung von proportionaler Rückversicherung auf das SCR**
- **Die Auswirkung von nicht-proportionaler Rückversicherung auf das SCR**
- **Fazit**

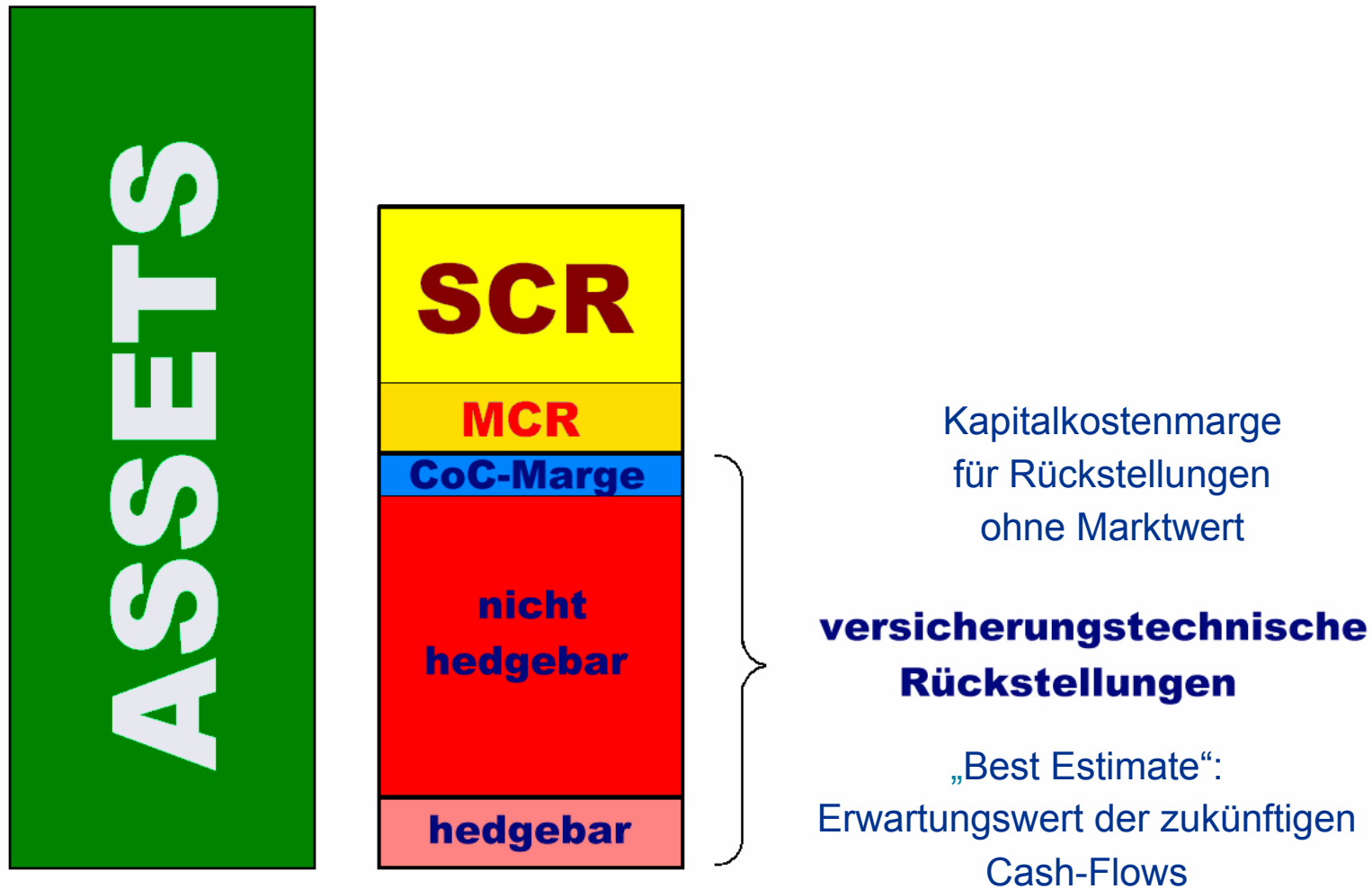
## Der Aufbau der Solvenz-Bilanz



## Der Aufbau der Solvenz-Bilanz



## Der Aufbau der Solvenz-Bilanz



## Der Aufbau der Solvenz-Bilanz

**ASSETS**



Bewertung des stochastischen  
Anteils der versicherungs-  
technischen Risiken

Kapitalkostenmarge  
für Rückstellungen  
ohne Marktwert

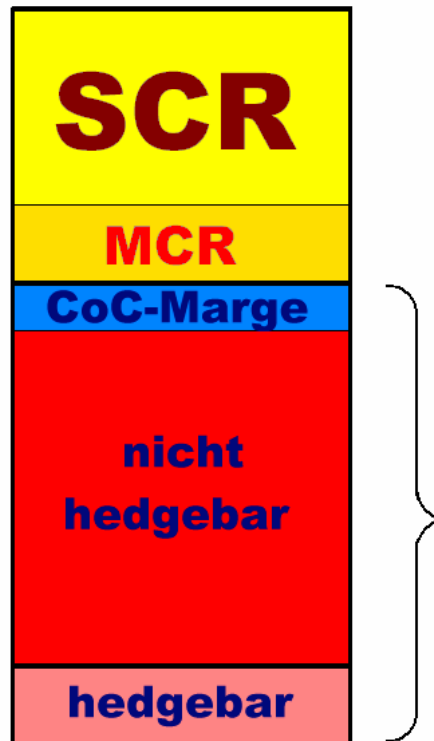
**versicherungstechnische  
Rückstellungen**

„Best Estimate“:  
Erwartungswert der zukünftigen  
Cash-Flows

## Der Aufbau der Solvenz-Bilanz

- Immobilienrisiko
- Kapitalanlagenrisiko (z.B. Aktien)
- Zinsänderungsrisiko (z.B. Anleihen)
- Ausfallrisiko (z.B. Rückversicherung, Derivate)
- Liquiditätsrisiko u.a.

**ASSETS**



**versicherungstechnische  
Rückstellungen**

## Der Aufbau der Solvenz-Bilanz

**ASSETS**

- Immobilienrisiko
- Kapitalanlagenrisiko (z.B. Aktien)
- Zinsänderungsrisiko (z.B. Anleihen)
- Ausfallrisiko (z.B. Rückversicherung, Derivate)
- Liquiditätsrisiko u.a.



- Prämien-/Reserverisiko
- Katastrophenrisiko
- Operationales Risiko

**versicherungstechnische Rückstellungen**



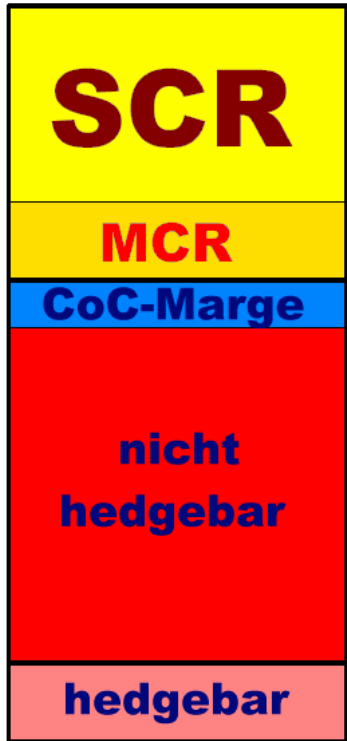
# Der Aufbau der Solvenz-Bilanz

**ASSETS**

- 
- 
- 
- 

**! Belastung !**

- Ausfallrisiko (z.B. **Rückversicherung**, Derivate)



- Prämien-/Reserverisiko ( ↔ **Rückversicherung**)
- Katastrophenrisiko ( ↔ **Rückversicherung**)
- Operationales Risiko

**! Entlastung !**

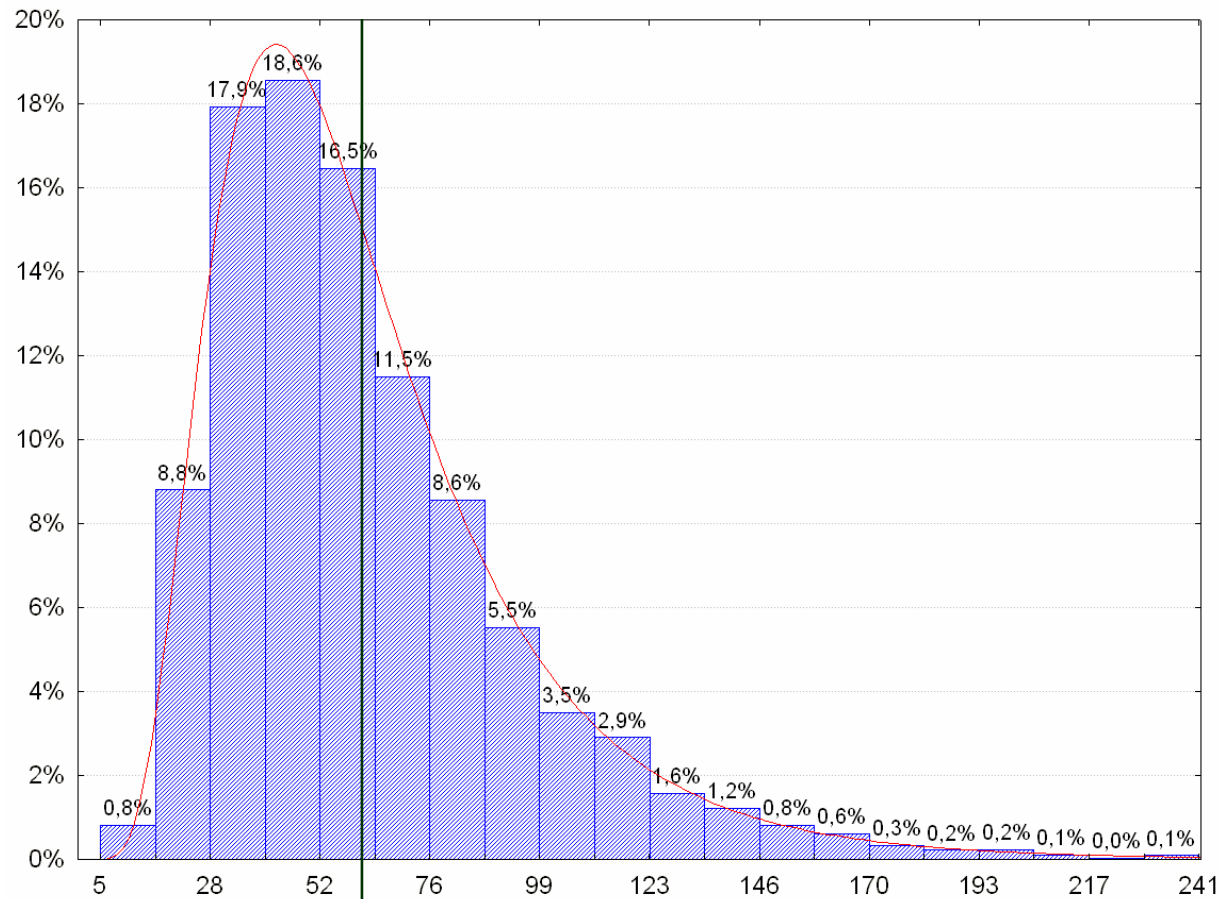


**versicherungstechnische Rückstellungen**

## Zur Begriffsbestimmung des SCR

- **Solvency Capital Requirement (SCR)** je Risiko wird prinzipiell verstanden als **Differenz** zwischen einem geeigneten **Risikomaß** und gewissen **Eigenmitteln** (etwa Prämien = Schadenbedarf [Erwartungswert] als Basisgröße + Risikozuschlag).
- Unter Solvency II ist das zu Grunde liegende **Risikomaß** der **Value at Risk  $VaR_\alpha$**  zum Risikoniveau  $\alpha = 0,5\%$ .
- Bei **normalverteilten Risiken** ist das SCR in der Regel ein Vielfaches der **Standardabweichung des Risikos**, dessen Größe nur vom Risikoniveau abhängt.
- Bei **lognormalverteilten Risiken** ist das SCR in der Regel in komplizierter Weise von beiden Verteilungsparametern abhängig.
- Das SCR für das Gesamtrisiko wird über die **Kovarianzformel unter Berücksichtigung von Abhängigkeiten** aus den einzelnen SCR's berechnet ( $\rightarrow$  Wurzelformel der NAIC / IAA; **Standardmodell von Solvency II**).

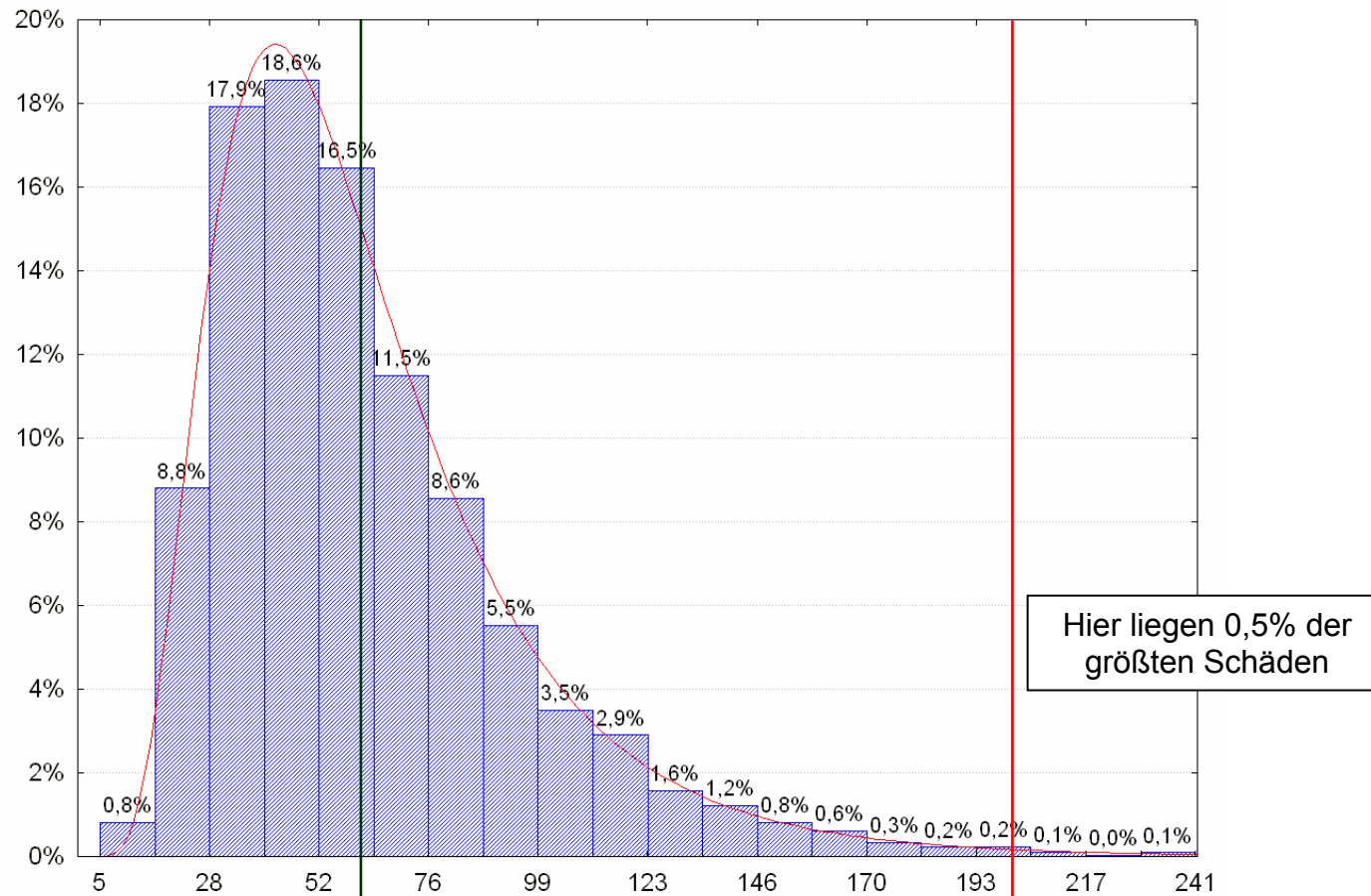
## Zur Begriffsbestimmung des SCR



Bedarfsprämie = **61**

Veranschaulichung des Value at Risk und des SCR bei Lognormalverteilung

## Zur Begriffsbestimmung des SCR

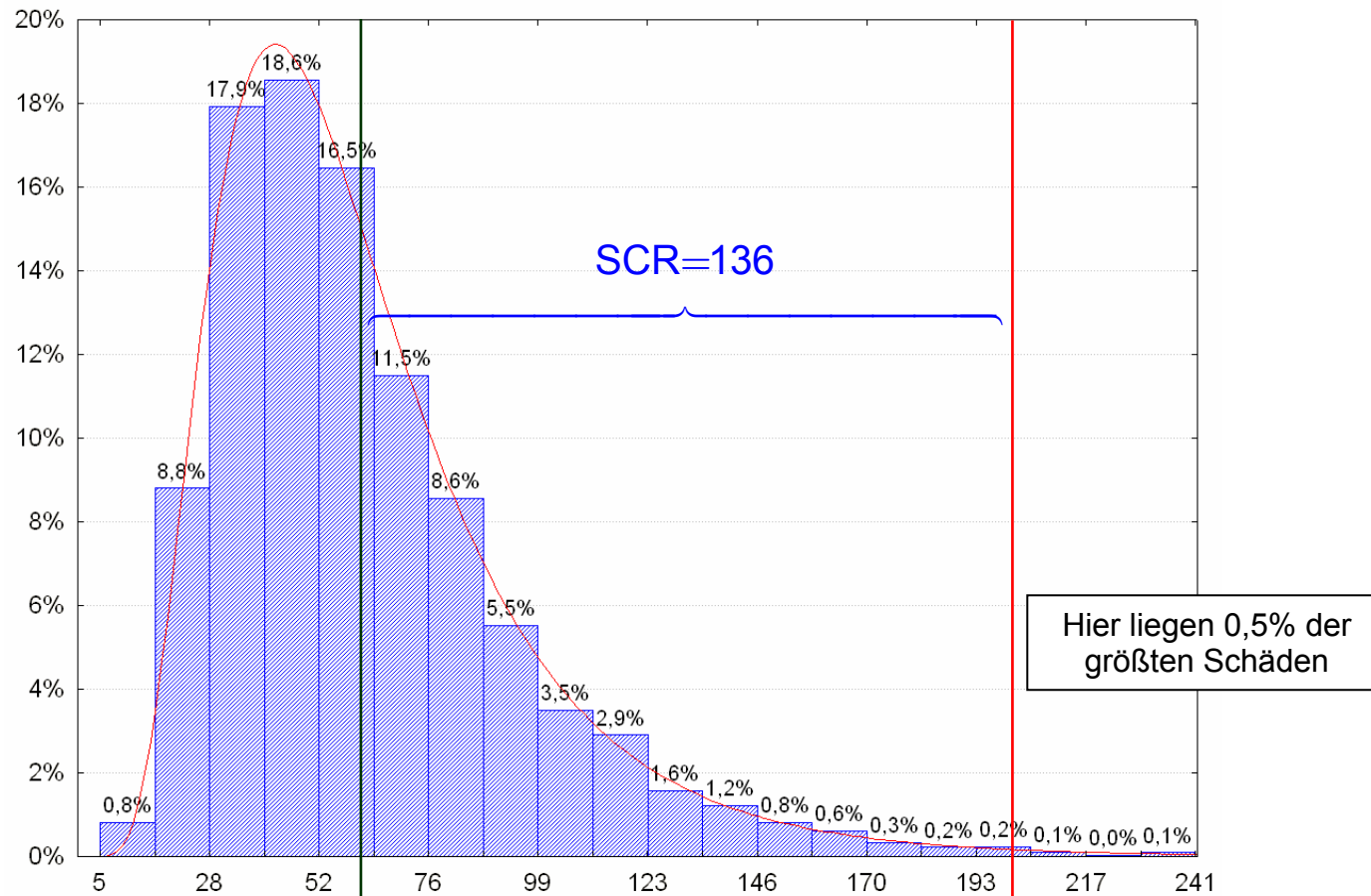


Bedarfsprämie = **61**

$VaR_{0,005} = 197$

Veranschaulichung des Value at Risk und des SCR bei Lognormalverteilung

## Zur Begriffsbestimmung des SCR



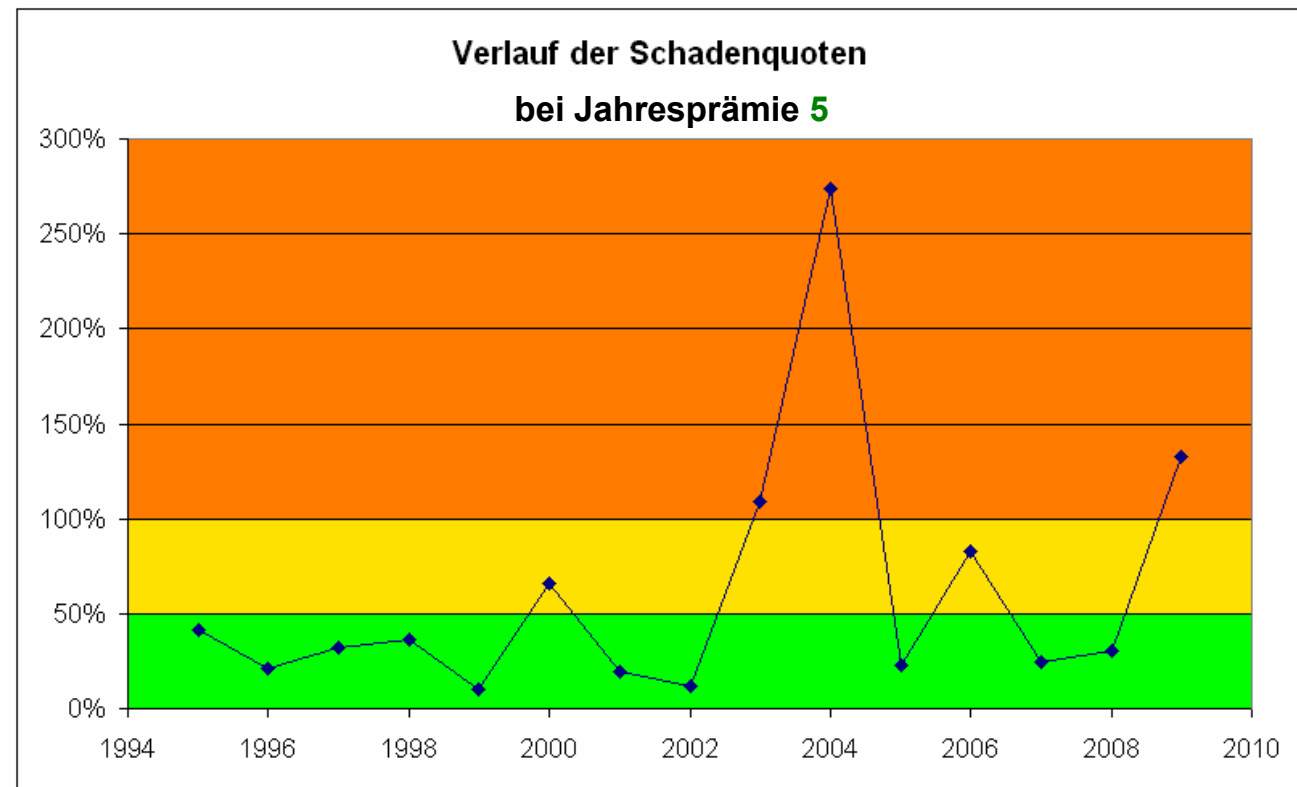
Bedarfsprämie = **61**

$VaR_{0,005} = 197$

Veranschaulichung des Value at Risk und des SCR bei Lognormalverteilung

## Zur Begriffsbestimmung des SCR

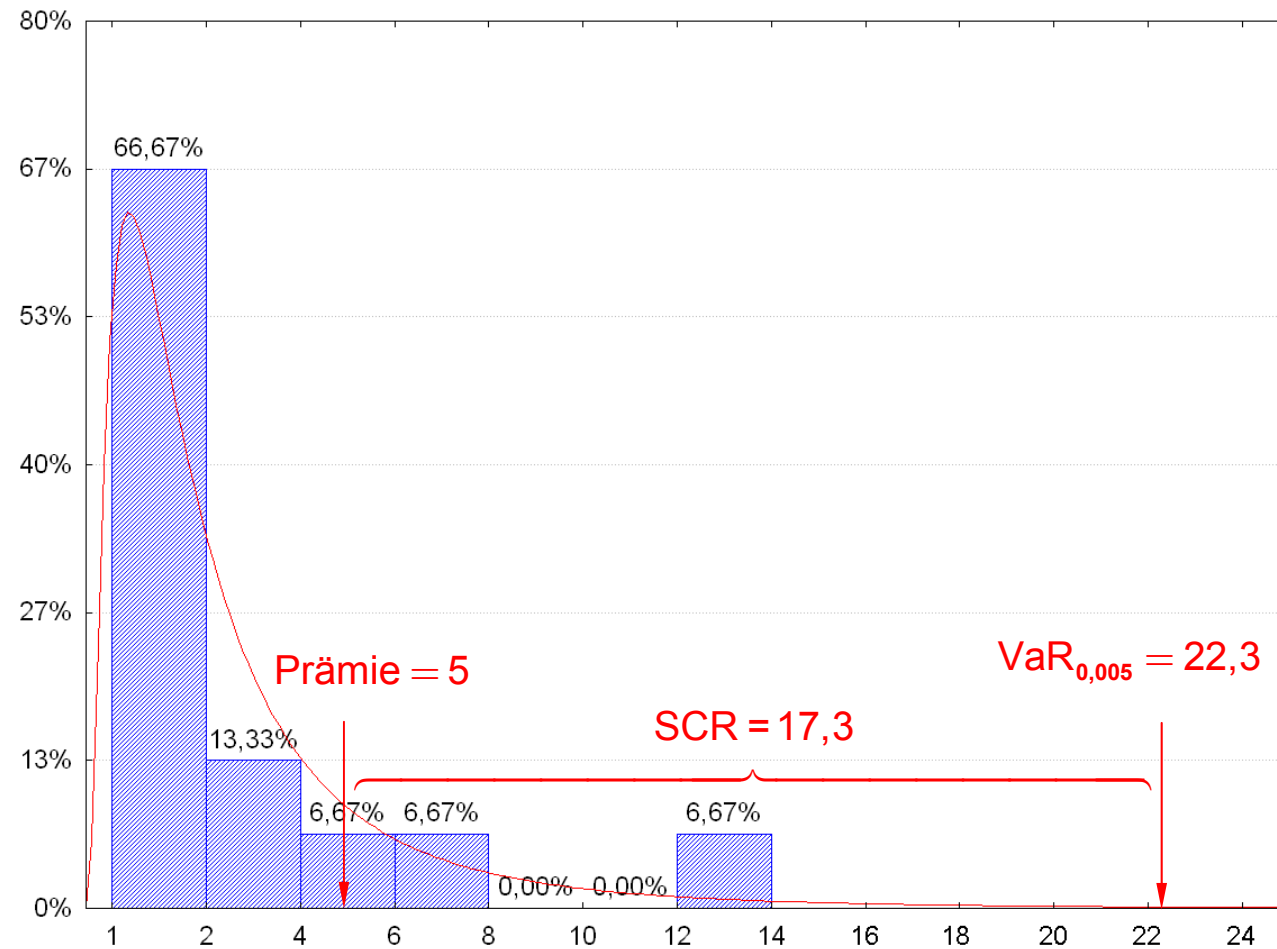
Jahr	Schäden	Schadenquoten
1995	2,069	13,00%
1996	1,074	21,48%
1997	1,611	32,22%
1998	1,832	36,64%
1999	0,527	10,54%
2000	3,290	65,80%
2001	0,988	19,76%
2002	0,603	12,06%
2003	5,467	109,34%
2004	13,704	274,08%
2005	1,138	22,76%
2006	4,121	82,42%
2007	1,229	24,58%
2008	1,536	30,72%
2009	6,643	132,86%



Fiktives Beispiel; durchschnittliche Schadenquote: **61,11%**

## Zur Begriffsbestimmung des SCR

Jahr	Schäden
1995	2,069
1996	1,074
1997	1,611
1998	1,832
1999	0,527
2000	3,290
2001	0,988
2002	0,603
2003	5,467
2004	13,704
2005	1,138
2006	4,121
2007	1,229
2008	1,536
2009	6,643



Fiktives Beispiel; Anpassung an Lognormalverteilung

## Zur Begriffsbestimmung des SCR

Wiederkehrperiode	Sicherheitsniveau	VaR	Prämie	SCR
5	0,800	4,379	<b>5,000</b>	-0,621
10	0,900	6,617	<b>5,000</b>	1,617
<b>15</b>	<b>0,933</b>	<b>8,131</b>	<b>5,000</b>	<b>3,131</b>
20	0,950	9,305	<b>5,000</b>	4,305
25	0,960	10,277	<b>5,000</b>	5,277
50	0,980	13,658	<b>5,000</b>	8,658
100	0,990	17,640	<b>5,000</b>	12,640
150	0,993	20,276	<b>5,000</b>	15,276
<b>200</b>	<b>0,995</b>	<b>22,294</b>	<b>5,000</b>	<b>17,294</b>

Technische Berechnung des **SCR**



## Zur Begriffsbestimmung des SCR

Wiederkehrperiode	Sicherheitsniveau	VaR	Prämie	SCR
5	0,800	4,379	<b>5,000</b>	-0,621
10	0,900	6,617	<b>5,000</b>	1,617
<b>15</b>	<b>0,933</b>	<b>8,131</b>	<b>5,000</b>	<b>3,131</b>
20	0,950	9,305	<b>5,000</b>	4,305
25	0,960	10,277	<b>5,000</b>	5,277
50	0,980	13,658	<b>5,000</b>	8,658
100	0,990	17,640	<b>5,000</b>	12,640
150	0,993	20,276	<b>5,000</b>	15,276
<b>200</b>	<b>0,995</b>	<b>22,294</b>	<b>5,000</b>	<b>17,294</b>

Technische Berechnung des **SCR**

- **Adäquate Methode für Säule II (ORSA, MaRisk)**

## Zur Begriffsbestimmung des SCR

Wiederkehrperiode	Sicherheitsniveau	VaR	Prämie	SCR
5	0,800	4,379	<b>5,000</b>	-0,621
10	0,900	6,617	<b>5,000</b>	1,617
<b>15</b>	<b>0,933</b>	<b>8,131</b>	<b>5,000</b>	<b>3,131</b>
20	0,950	9,305	<b>5,000</b>	4,305
25	0,960	10,277	<b>5,000</b>	5,277
50	0,980	13,658	<b>5,000</b>	8,658
100	0,990	17,640	<b>5,000</b>	12,640
150	0,993	20,276	<b>5,000</b>	15,276
<b>200</b>	<b>0,995</b>	<b>22,294</b>	<b>5,000</b>	<b>17,294</b>

Technische Berechnung des **SCR**

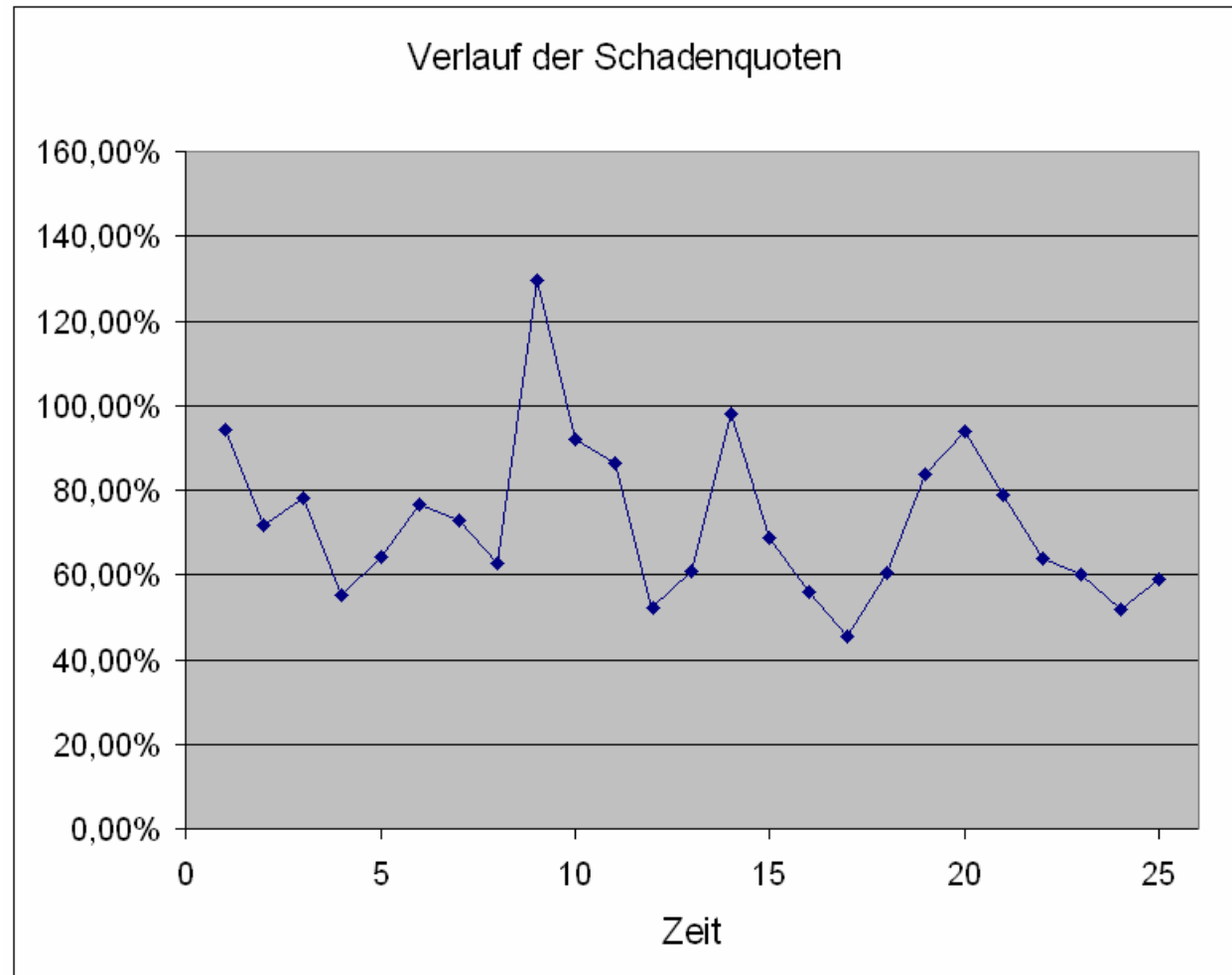
- **Adäquate Methode für Säule II (ORSA, MaRisk)**
- **Ähnlich in Säule I (QIS 4, QIS 5)**

## Die Auswirkung von proportionaler Rückversicherung auf das SCR

- Proportionale Rückversicherung bewirkt eine proportionale Reduzierung des VaR und des SCR
- Proportionale Rückversicherung bewirkt faktisch eine relative Erhöhung der Eigenmittel
- Konsequenz: die SCR-Überdeckungsquote steigt
- Aber: die Schadenquoten bleiben gleich (Aufwendungen für Schäden und Prämien-Einnahmen werden im gleichen Verhältnis reduziert)
- Einer deutlichen Entlastung auf der Passiv-Seite der Solvency II-Bilanz steht eine vergleichsweise geringe Belastung auf der Aktiv-Seite gegenüber (Rückversicherungsausfallrisiko), selbst bei durchschnittlichem Rating
- Bei gleichem Rückversicherungsschutz in der Regel teurer als nichtproportionale Rückversicherung

## Die Auswirkung von proportionaler Rückversicherung auf das SCR

Eigenmittel	5.000.000 €
Prämien	9.000.000 €
Schadenquoten_Mittel	75,00%
Schadenquoten_Streuung	25,00%
m(X)	6.750.000 €
s(X)	2.250.000 €
mu	15,672
sigma	0,325
Selbstbehalt	15,00%
Jahr_oben	200
alpha	0,005
u_(1-alpha)	2,576
VaR_alpha	14.775.317 €
$\exp(\mu + u_{0,995} \cdot \sigma) \times V$	
RV-Prämie	7.650.000 €
<b>SCR_brutto</b>	<b>5.775.317 €</b>
<b>SCR_netto</b>	<b>866.298 €</b>
<b>Delta_SCR</b>	<b>4.909.019 €</b>
Überdeckung_brutto	86,58%
Überdeckung_netto	577,17%



### Beispiel mit Lognormalverteilung

## Die Auswirkung von nicht-proportionaler Rückversicherung auf das SCR

- Nicht-proportionale Rückversicherung bewirkt eine Kappung der Großschäden
- Nicht-proportionale Rückversicherung kann im Hinblick auf die Solvency II-Anforderungen optimiert werden (Abdeckung des „200-Jahres-Schadens“)
- Konsequenz: die SCR-Überdeckungsquote steigt
- Und: die Schadenquoten werden nivelliert
- Einer deutlichen Entlastung auf der Passiv-Seite der Solvency II-Bilanz steht eine vergleichsweise geringe Belastung auf der Aktiv-Seite gegenüber (Rückversicherungsausfallrisiko), selbst bei durchschnittlichem Rating
- Bei gleichem Rückversicherungsschutz in der Regel finanziell günstiger als proportionale Rückversicherung

# Die Auswirkung von nicht-proportionaler Rückversicherung auf das SCR

Rechnerische Ausgestaltung (siehe Annex N zu den QIS 5 Technical Specifications):

$$NP_{lob} = \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{\Omega_{lob}^{net}}{M_{lob}^{net}}\right)^2}{1 + \left(\frac{\Omega_{lob}^{gross}}{M_{lob}^{gross}}\right)^2}}$$

$$M_{lob}^{net} = M_{lob}^{gross} \cdot \left[1 - F_{m+\sigma^2, \sigma}(a+b) + F_{m+\sigma^2, \sigma}(a)\right] + a \cdot \left[F_{m, \sigma}(a+b) - F_{m, \sigma}(a)\right] - b \cdot \left[1 - F_{m, \sigma}(a+b)\right]$$

$$\Omega_{lob}^{net} = \left( \left( \left(\frac{\Omega_{lob}^{gross}}{M_{lob}^{gross}}\right)^2 + \left(\frac{\Omega_{lob}^{gross}}{M_{lob}^{gross}}\right)^2 \right) \cdot \left[1 - F_{m+2\sigma^2, \sigma}(a+b) + F_{m+2\sigma^2, \sigma}(a)\right] + a^2 \cdot \left[F_{m, \sigma}(a+b) - F_{m, \sigma}(a)\right] - 2b \cdot M_{lob}^{gross} \cdot \left[1 - F_{m+\sigma^2, \sigma}(a+b)\right] + b^2 \cdot \left[1 - F_{m, \sigma}(a+b)\right] - \left(M_{lob}^{net}\right)^2 \right)^{1/2}$$

$$\sigma = \sqrt{\ln \left( 1 + \left( \frac{\Omega_{lob}^{gross}}{M_{lob}^{gross}} \right)^2 \right)}$$

$$m = \ln M_{lob}^{gross} - \frac{\sigma^2}{2}$$

Neu in QIS 5: Anpassungsfaktor für das nichtproportionale Brutto-Netto-Verhältnis bei der Berechnung des SCR, Prämien-/Reserverisiko

$$M_{lob}^{gross} = \begin{cases} \tilde{M}_{lob}^{gross} & \text{if } S \geq 1 \\ S \cdot \tilde{M}_{lob}^{gross} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\Omega_{lob}^{gross} = \begin{cases} \tilde{\Omega}_{lob}^{gross} & \text{if } S \geq 1 \\ S \cdot \tilde{\Omega}_{lob}^{gross} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$S = \sqrt{\frac{n \cdot \sigma_{(prem, gross, lob)}^2 \cdot V_{(prem, gross, lob)}^2}{N \cdot \left( \left(\tilde{\Omega}_{lob}^{gross}\right)^2 + \left(\tilde{M}_{lob}^{gross}\right)^2 \right)}}$$

- $\tilde{M}_{lob}^{gross}$  = Average cost per claim gross of reinsurance per LOB, estimated from the claims of the last  $n$  years, where  $n \geq 1$
- $\tilde{\Omega}_{lob}^{gross}$  = Standard deviation of the cost per claim gross of reinsurance per LOB, estimated with the standard estimator from the claims of the last  $n$  years, where  $n \geq 1$
- $a$  = Retention of non-proportional reinsurance contract
- $b$  = Limit of the non-proportional reinsurance contract
- $F_{m, \sigma}$  = Distribution function of a Lognormal random variable with parameters  $(m, \sigma)$
- $N$  = Number of claims during the last  $N$  years
- $\sigma_{(prem, gross, lob)}$  = Standard deviation for premium risk gross of reinsurance, calculated by putting the adjustment factor  $NP_{lob}$  to 1
- $V_{(prem, gross, lob)}$  = Volume measure for premium risk gross of reinsurance, calculated in the same way as the usual volume measure but based on gross premiums instead of net premiums

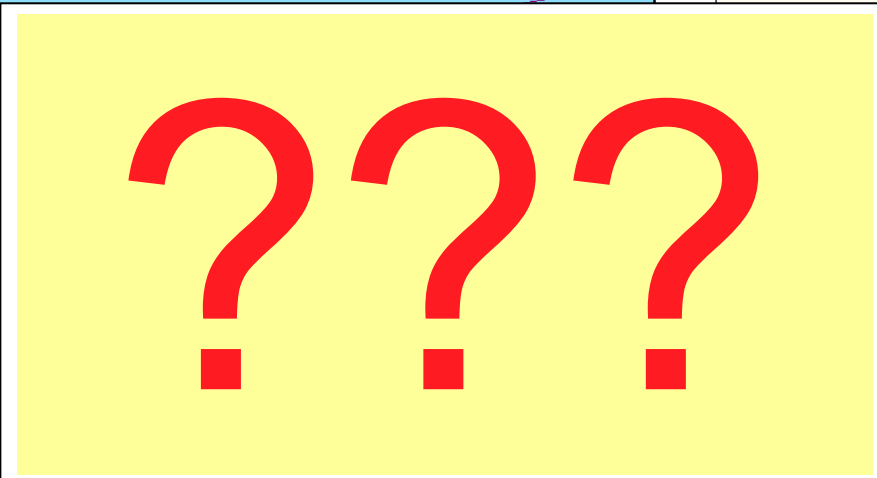
# Die Auswirkung von nicht-proportionaler Rückversicherung auf das SCR

Rechnerische Ausgestaltung (siehe Annex N zu den QIS 5 Technical Specifications):

$$NP_{lob} = \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{\Omega_{lob}^{net}}{M_{lob}^{net}}\right)^2}{1 + \left(\frac{\Omega_{lob}^{gross}}{M_{lob}^{gross}}\right)^2}}$$

$$M_{lob}^{net} = M_{lob}^{gross} \cdot \left[1 - F_{m+\sigma^2, \sigma}(a + a \cdot [F_{m, \sigma}(a+b) - F_{m, \sigma}(a)] - b)\right]$$

$$\Omega_{lob}^{net} = \left[ \frac{\left(\left(\frac{\Omega_{lob}^{gross}}{M_{lob}^{gross}}\right)^2 + \left(\frac{\Omega_{lob}^{gross}}{M_{lob}^{gross}}\right)^2\right) \cdot \left[1 - F_{m+\sigma^2, \sigma}(a + a \cdot [F_{m, \sigma}(a+b) - F_{m, \sigma}(a)] - b)\right] - 2b \cdot M_{lob}^{gross} \cdot \left[1 - F_{m+\sigma^2, \sigma}(a + a \cdot [F_{m, \sigma}(a+b) - F_{m, \sigma}(a)] - b)\right]}{\left[1 - F_{m+\sigma^2, \sigma}(a + a \cdot [F_{m, \sigma}(a+b) - F_{m, \sigma}(a)] - b)\right]^2} \right] \cdot M_{lob}^{gross}$$



$$\sigma = \sqrt{\ln \left( 1 + \left( \frac{\Omega_{lob}^{gross}}{M_{lob}^{gross}} \right)^2 \right)}$$

$$m = \ln M_{lob}^{gross} - \frac{\sigma^2}{2}$$

Neu in QIS 5: Anpassungsfaktor für das nichtproportionale Brutto-Netto-Verhältnis bei der Berechnung des SCR, Prämien-/Reserverisiko

$$M_{lob}^{gross} = \begin{cases} \tilde{M}_{lob}^{gross} & \text{if } S \geq 1 \\ S \cdot \tilde{M}_{lob}^{gross} & \text{otherwise} \end{cases}$$

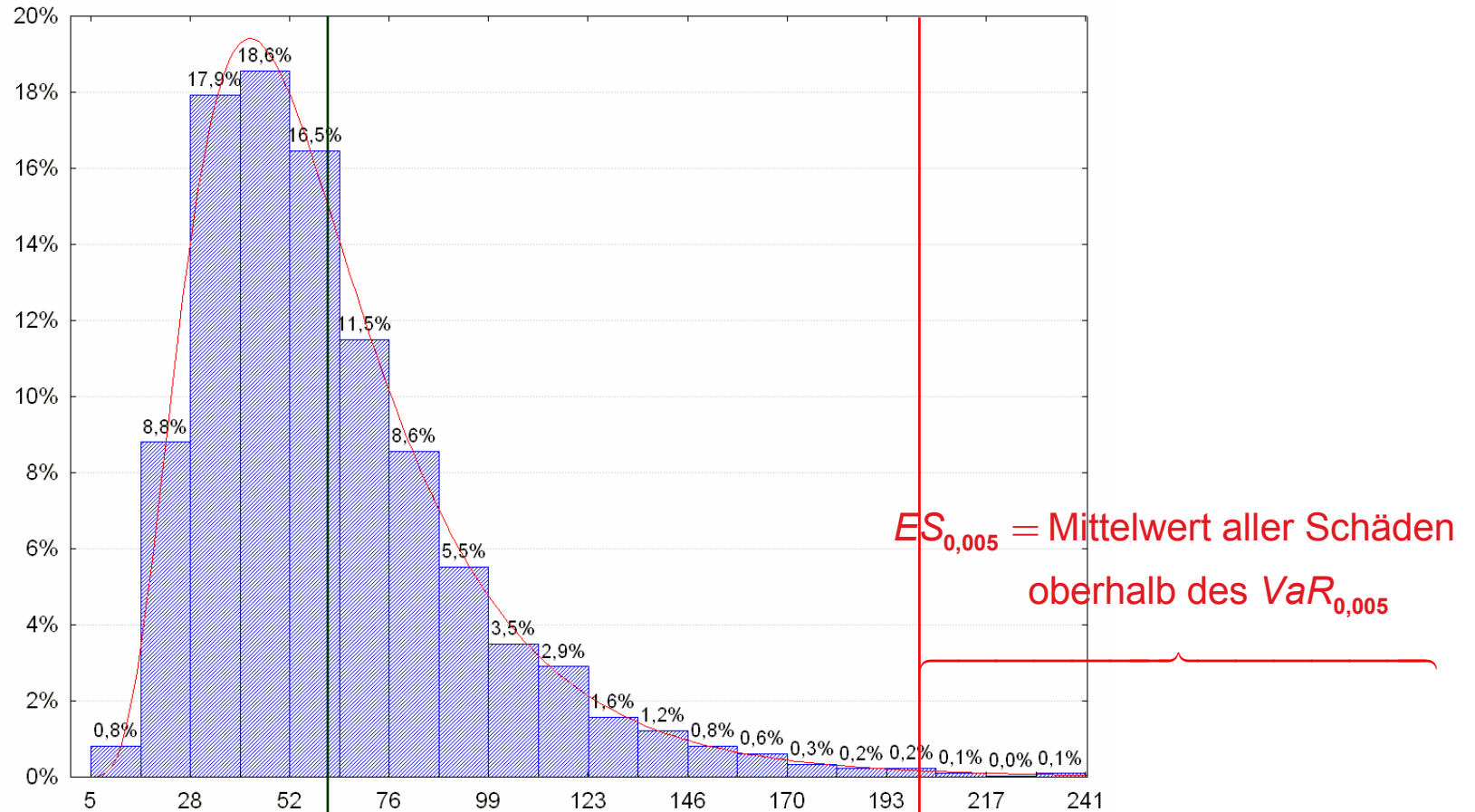
$$\Omega_{lob}^{gross} = \begin{cases} \tilde{\Omega}_{lob}^{gross} & \text{if } S \geq 1 \\ S \cdot \tilde{\Omega}_{lob}^{gross} & \text{otherwise} \end{cases}$$

average cost per claim gross of reinsurance per LOB, estimated from the claims of the last  $n$  years, where  $n \geq 1$   
 standard deviation of the cost per claim gross of insurance per LOB, estimated with the standard estimator from the claims of the last  $n$  years, where  $n \geq 1$

- $a$  = Retention of non-proportional reinsurance contract
- $b$  = Limit of the non-proportional reinsurance contract
- $F_{m, \sigma}$  = Distribution function of a Lognormal random variable with parameters  $(m, \sigma)$
- $N$  = Number of claims during the last  $N$  years
- $\sigma_{(prem, gross, lob)}$  = Standard deviation for premium risk gross of reinsurance, calculated by putting the adjustment factor  $NP_{lob}$  to 1
- $V_{(prem, gross, lob)}$  = Volume measure for premium risk gross of reinsurance, calculated in the same way as the usual volume measure but based on gross premiums instead of net premiums

# Die Auswirkung von nicht-proportionaler Rückversicherung auf das SCR

Einfache Erklärung:



Bedarfsprämie = **61**

$VaR_{0,005} = 197$

Veranschaulichung des Expected Shortfall  $ES_{0,005}$  bei Lognormalverteilung



## Die Auswirkung von nicht-proportionaler Rückversicherung auf das SCR

### Einfache Erklärung:

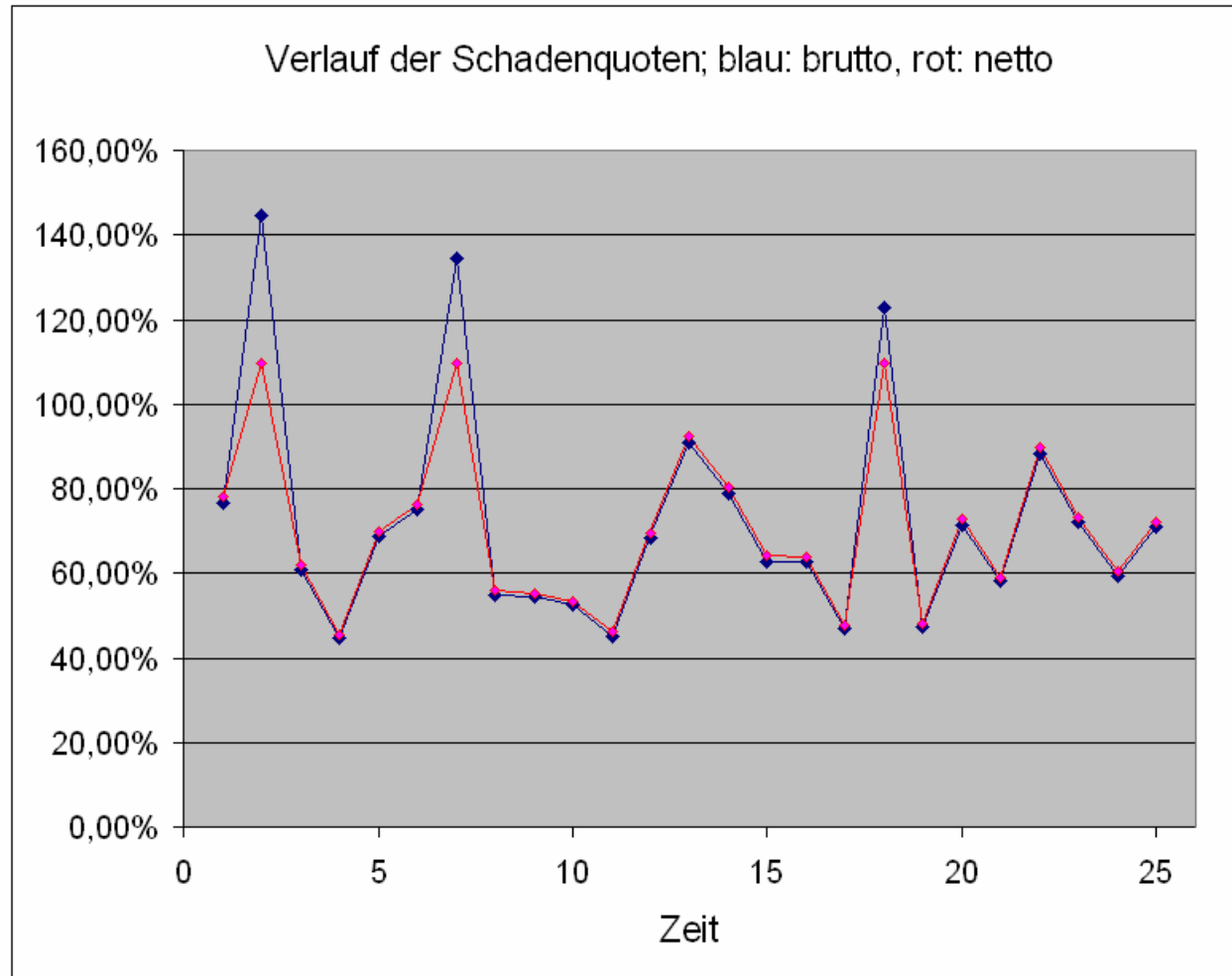
- Der Expected Shortfall  $ES_\alpha$  ist der (theoretische) Mittelwert aller Schäden oberhalb des  $VaR_\alpha$
- Die Größe  $\alpha \cdot (ES_\alpha - VaR_\alpha)$  entspricht der Bedarfsprämie für eine nicht-proportionale Illimité-XL-Rückversicherung mit Priorität (Selbstbehalt)  $VaR_\alpha$  (Eintrittswahrscheinlichkeit  $\times$  erwartete Schadenhöhe)
- Die Größe  $\beta \cdot (ES_\beta - VaR_\beta) - \alpha \cdot (ES_\alpha - VaR_\alpha)$  entspricht damit der technischen Prämie für eine nicht-proportionale XL-Rückversicherung mit Priorität (Selbstbehalt)  $VaR_\beta$  und Haftstrecke  $VaR_\alpha - VaR_\beta$  für  $\alpha < \beta$
- Für die Lognormalverteilung sind der  $VaR_\alpha$  und der  $ES_\alpha$  geschlossen darstellbar:

$$VaR_\alpha = \exp(\mu + u_{1-\alpha}\sigma)$$
$$ES_\alpha(X) = \frac{1}{\alpha} \exp\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right) (1 - \Phi(u_{1-\alpha} - \sigma))$$

Dies ist die Grundlage für das Formelwerk in Annex N zu den QIS 5 Technical Specifications

## Die Auswirkung von nicht-proportionaler Rückversicherung auf das SCR

Eigenmittel	5.000.000 €
Prämien	9.000.000 €
Schadenquoten_Mittel	75,00%
Schadenquoten_Streuung	25,00%
$m(X)$	6.750.000 €
$s(X)$	2.250.000 €
$\mu$	15,672
$\sigma$	0,325
Jahr_unten	10
Jahr_oben	200
$\alpha$	0,005
$\beta$	0,100
$u_{(1-\alpha)}$	2,576
$u_{(1-\beta)}$	1,282
VaR_alpha (Plafond)	14.775.317 €
VaR_beta (Priorität)	9.706.975 €
ES_alpha	16.450.131 €
ES_beta	11.427.348 €
RV-Prämie	163.663 €
RoL	3,23%
<b>SCR_brutto</b>	<b>5.775.317 €</b>
<b>SCR_netto</b>	<b>870.638 €</b>
<b>Delta_SCR</b>	<b>4.904.679 €</b>
Überdeckung_brutto	86,58%
Überdeckung_netto	574,29%



### Beispiel mit Lognormalverteilung

## Fazit

- Ein gut durchdachtes Rückversicherungsprogramm kann auch schon in Säule I von Solvency II eine deutliche Entlastung der Eigenmittelanforderung bewirken
- Aber: komplexe Rückversicherungsprogramme müssen für Säule I auf eine einfache Sequenz aus Quoten- und XL-Versicherung herunter gebrochen werden
- Eine eigene Berechnung der tatsächlichen Entlastung bzw. verbleibenden Eigenmittelanforderung in Säule II ist empfehlenswert

**Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!**