

Risikomanagement und Aufsichtsrat

Dietmar Pfeifer
Institut für Mathematik
Schwerpunkt Versicherungs- und Finanzmathematik

Inhalt

- I. Das Prinzip der Versicherung
- II. Risiko-Kennzahlen und –bewertung
- III. Der n -Jahres-Schaden
- IV. Schadenreservierung
- V. Literaturempfehlungen

I. Das Prinzip der Versicherung



Versicherungsnehmer (VN)



Versicherungsunternehmen (VU)



Versicherungsnehmer (VN)



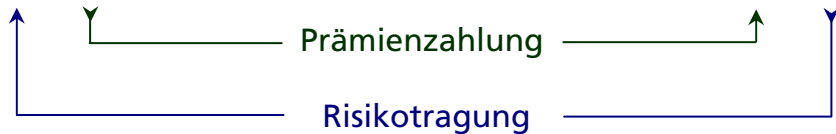
Versicherungsunternehmen (VU)





Versicherungsnehmer (VN)

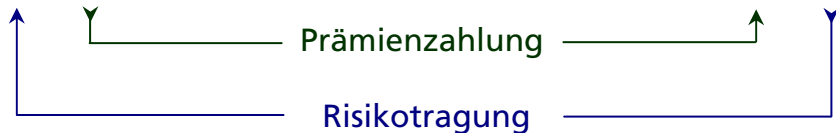
Versicherungsunternehmen (VU)





Versicherungsnehmer (VN)

Versicherungsunternehmen (VU)



Äquivalenzprinzip der Versicherung:

Erwartungswert des Barwerts der Prämien = Erwartungswert des Barwerts der Leistungen

Versicherung ist

- „die Beseitigung des Risikos eines Einzelnen durch Beiträge von Vielen“
[Alfred Manes (1877 - 1963)]

Versicherung ist

- „die Beseitigung des Risikos eines Einzelnen durch Beiträge von Vielen“ [Alfred Manes (1877 - 1963)]
- „die planmäßige Deckung eines im einzelnen ungewissen, im ganzen aber schätzbaren Geldbedarfs auf der Grundlage eines zwischenwirtschaftlichen Risikoausgleichs“ [Karl Hax (1901 – 1978)]

Versicherung ist

- „die Beseitigung des Risikos eines Einzelnen durch Beiträge von Vielen“ [Alfred Manes (1877 - 1963)]
- „die planmäßige Deckung eines im einzelnen ungewissen, im ganzen aber schätzbaren Geldbedarfs auf der Grundlage eines zwischenwirtschaftlichen Risikoausgleichs“ [Karl Hax (1901 – 1978)]
- „die Deckung eines im Einzelnen ungewissen, insgesamt schätzbaren Geldbedarfs auf der Grundlage eines Risikoausgleiches im Kollektiv und in der Zeit“ [Dieter Farny (1934 - 2013)]

Versicherung ist

- „die Beseitigung des Risikos eines Einzelnen durch Beiträge von Vielen“ [Alfred Manes (1877 - 1963)]
- „die planmäßige Deckung eines im einzelnen ungewissen, im ganzen aber schätzbaren Geldbedarfs auf der Grundlage eines zwischenwirtschaftlichen Risikoausgleichs“ [Karl Hax (1901 – 1978)]
- „die Deckung eines im Einzelnen ungewissen, insgesamt schätzbaren Geldbedarfs auf der Grundlage eines Risikoausgleiches im Kollektiv und in der Zeit“ [Dieter Farny (1934 - 2013)]

Mathematische Grundlagen:

- Das „Gesetz der großen Zahlen“ (Jakob Bernoulli, um 1695)
 - Äquivalenzprinzip der Versicherung, Risikoausgleich im Kollektiv und in der Zeit
- Der „zentrale Grenzwertsatz“ (Abraham de Moivre, 1733)
 - Ruinwahrscheinlichkeit, Solvabilitäts-Aspekte

Personenversicherungsarten:

- Lebensversicherung (LV)
 - Risiko-LV („reine Todesfall-Versicherung“)
 - Erlebensfallversicherung („Sparversicherung“)
 - Kapital-LV („gemischte Versicherung“)
 - Rentenversicherung
- (private) Krankenversicherung (PKV)
- betriebliche Altersversorgung (bAV)

Sachversicherungsarten (Auswahl):

- Haftpflicht
 - Kfz-Haftpflicht
 - Berufshaftpflicht
 - Privathaftpflicht
- Unfall
- Feuer (gewerblich und privat)
- Gebäude
- Hausrat
- Elementargefahren (Sturm, Überschwemmung, Erdbeben)
- Vermögensschäden
- Rechtsschutz

Rückversicherungsarten (Auszug):

- Proportionale Rückversicherung (Quotenrückversicherung)
- Nicht-proportionale Rückversicherung
- Alternativer Risikotransfer (Kapitalmärkte)
- Captives
- Special Purpose Vehicles

II. Risiko-Kennzahlen und -bewertung

Verhältniszahlen (brutto / netto)[†]

- Schadenquote:
 - Verhältnis der entstandenen Schäden zu Prämieneträgen

[†] brutto: vor Rückversicherung, netto: nach Rückversicherung (für eigene Rechnung, f.ü.R.)

Verhältniszahlen (brutto / netto)[†]:

- Schadenquote:
 - Verhältnis der entstandenen Schäden zu Prämieneträgen
- Kostenquote:
 - Verhältnis der entstandenen Betriebskosten zu Prämieneträgen

[†] brutto: vor Rückversicherung, netto: nach Rückversicherung (für eigene Rechnung, f.ü.R.)

Verhältniszahlen (brutto / netto)[†]:

- Schadenquote:
 - Verhältnis der entstandenen Schäden zu Prämieneträgen
- Kostenquote:
 - Verhältnis der entstandenen Betriebskosten zu Prämieneträgen
- Schaden-Kosten-Quote (Combined Ratio):
 - Kombination beider Quoten
(Gesamtaufwand im Verhältnis zu Prämieneträgen)

[†] brutto: vor Rückversicherung, netto: nach Rückversicherung (für eigene Rechnung, f.ü.R.)

Verhältniszahlen (brutto / netto)[†]:

- Schadenquote:
 - Verhältnis der entstandenen Schäden zu Prämieneträgen
- Kostenquote:
 - Verhältnis der entstandenen Betriebskosten zu Prämieneträgen
- Schaden-Kosten-Quote (Combined Ratio):
 - Kombination beider Quoten
(Gesamtaufwand im Verhältnis zu Prämieneträgen)

Eine Combined Ratio über alle Sparten von über 100% führt langfristig zum Ruin, wenn nicht weitere regelmäßige nicht-versicherungstechnische Einnahmen zu erwarten sind (z.B. Zinserträge, Aktien-Dividenden usw.).

[†] brutto: vor Rückversicherung, netto: nach Rückversicherung (für eigene Rechnung, f.ü.R.)

Schwankungsrückstellung (HGB):

Schwankungsrückstellungen für eigene Rechnung (f.ü.R.) sind gemäß § 341h HGB zum Ausgleich der Schwankungen im Schadenverlauf künftiger Jahre zu bilden, wenn insbesondere

Schwankungsrückstellung (HGB):

Schwankungsrückstellungen für eigene Rechnung (f.ü.R.) sind gemäß § 341h HGB zum Ausgleich der Schwankungen im Schadenverlauf künftiger Jahre zu bilden, wenn insbesondere

- nach den Erfahrungen in dem betreffenden Versicherungszweig mit erheblichen Schwankungen der jährlichen Aufwendungen für Versicherungsfälle zu rechnen ist,

Schwankungsrückstellung (HGB):

Schwankungsrückstellungen für eigene Rechnung (f.ü.R.) sind gemäß § 341h HGB zum Ausgleich der Schwankungen im Schadenverlauf künftiger Jahre zu bilden, wenn insbesondere

- nach den Erfahrungen in dem betreffenden Versicherungszweig mit erheblichen Schwankungen der jährlichen Aufwendungen für Versicherungsfälle zu rechnen ist,
- die Schwankungen nicht jeweils durch Beiträge ausgeglichen werden und

Schwankungsrückstellung (HGB):

Schwankungsrückstellungen für eigene Rechnung (f.ü.R.) sind gemäß § 341h HGB zum Ausgleich der Schwankungen im Schadenverlauf künftiger Jahre zu bilden, wenn insbesondere

- nach den Erfahrungen in dem betreffenden Versicherungszweig mit erheblichen Schwankungen der jährlichen Aufwendungen für Versicherungsfälle zu rechnen ist,
- die Schwankungen nicht jeweils durch Beiträge ausgeglichen werden und
- die Schwankungen nicht durch Rückversicherungen gedeckt sind.

Schwankungsrückstellung (HGB):

Schwankungsrückstellungen für eigene Rechnung (f.ü.R.) sind gemäß § 341h HGB zum Ausgleich der Schwankungen im Schadenverlauf künftiger Jahre zu bilden, wenn insbesondere

- nach den Erfahrungen in dem betreffenden Versicherungszweig mit erheblichen Schwankungen der jährlichen Aufwendungen für Versicherungsfälle zu rechnen ist,
- die Schwankungen nicht jeweils durch Beiträge ausgeglichen werden und
- die Schwankungen nicht durch Rückversicherungen gedeckt sind.

Schwankungsrückstellungen werden ausschließlich von Schaden/Unfallversicherungs- sowie Rückversicherungsunternehmen gebildet.

Schwankungsrückstellung (HGB):

Voraussetzung für die Bildung einer Schwankungsrückstellung sind:

Schwankungsrückstellung (HGB):

Voraussetzung für die Bildung einer Schwankungsrückstellung sind:

- Die verdienten Beiträge f.e.R. übersteigen im Durchschnitt der letzten drei Geschäftsjahre 125.000 Euro (*Bagatelklausel*)

Schwankungsrückstellung (HGB):

Voraussetzung für die Bildung einer Schwankungsrückstellung sind:

- Die verdienten Beiträge f.e.R. übersteigen im Durchschnitt der letzten drei Geschäftsjahre 125.000 Euro (*Bagatelklausel*)
- Die Standardabweichung der Schadenquoten des Beobachtungszeitraums beträgt mindestens 5 % der durchschnittlichen Schadenquote (*Erheblichkeitsklausel*)

Schwankungsrückstellung (HGB):

Voraussetzung für die Bildung einer Schwankungsrückstellung sind:

- Die verdienten Beiträge f.e.R. übersteigen im Durchschnitt der letzten drei Geschäftsjahre 125.000 Euro (*Bagatelklausele*)
- Die Standardabweichung der Schadenquoten des Beobachtungszeitraums beträgt mindestens 5 % der durchschnittlichen Schadenquote (*Erheblichkeitsklausel*)
- Die Summe aus Schaden- und Kostenquote (Combined Ratio) hat mindestens einmal im Beobachtungszeitraum 100 % der verdienten Beiträge eines Geschäftsjahres überschritten (*Finanzierungsbedarfsklausel*).

Schwankungsrückstellung (HGB):

Für die Berechnung der Schwankungsrückstellung gibt es ein vorgegebenes Berechnungsschema, das den Beobachtungszeitraum, den Höchstbetrag, die Zuführungen, die Entnahmen und die Auflösung regelt.

Schwankungsrückstellung (HGB):

Für die Berechnung der Schwankungsrückstellung gibt es ein vorgegebenes Berechnungsschema, das den Beobachtungszeitraum, den Höchstbetrag, die Zuführungen, die Entnahmen und die Auflösung regelt.

Der Beobachtungszeitraum, der für die Berechnung der Schwankungsrückstellung maßgeblich ist, unterscheidet sich für unterschiedliche Versicherungszweige. Dabei sind nur Geschäftsjahre zu berücksichtigen, in denen die verdienten Beiträge für eigene Rechnung die Höhe von 125.000 Euro überschreiten. Der Beobachtungszeitraum beträgt

Schwankungsrückstellung (HGB):

Für die Berechnung der Schwankungsrückstellung gibt es ein vorgegebenes Berechnungsschema, das den Beobachtungszeitraum, den Höchstbetrag, die Zuführungen, die Entnahmen und die Auflösung regelt.

Der Beobachtungszeitraum, der für die Berechnung der Schwankungsrückstellung maßgeblich ist, unterscheidet sich für unterschiedliche Versicherungszweige. Dabei sind nur Geschäftsjahre zu berücksichtigen, in denen die verdienten Beiträge für eigene Rechnung die Höhe von 125.000 Euro überschreiten. Der Beobachtungszeitraum beträgt

- 30 Jahre dem Geschäftsjahr vorausgehende Geschäftsjahre für Hagel-, Kredit-, Kautions- und Vertrauensschadenversicherungen,

Schwankungsrückstellung (HGB):

Für die Berechnung der Schwankungsrückstellung gibt es ein vorgegebenes Berechnungsschema, das den Beobachtungszeitraum, den Höchstbetrag, die Zuführungen, die Entnahmen und die Auflösung regelt.

Der Beobachtungszeitraum, der für die Berechnung der Schwankungsrückstellung maßgeblich ist, unterscheidet sich für unterschiedliche Versicherungszweige. Dabei sind nur Geschäftsjahre zu berücksichtigen, in denen die verdienten Beiträge für eigene Rechnung die Höhe von 125.000 Euro überschreiten. Der Beobachtungszeitraum beträgt

- 30 Jahre dem Geschäftsjahr vorausgehende Geschäftsjahre für Hagel-, Kredit-, Kautions- und Vertrauensschadenversicherungen,
- 15 Jahre dem Geschäftsjahr vorausgehende Geschäftsjahre für die übrigen Zweige der Schaden-/Unfallversicherung und

Schwankungsrückstellung (HGB):

Für die Berechnung der Schwankungsrückstellung gibt es ein vorgegebenes Berechnungsschema, das den Beobachtungszeitraum, den Höchstbetrag, die Zuführungen, die Entnahmen und die Auflösung regelt.

Der Beobachtungszeitraum, der für die Berechnung der Schwankungsrückstellung maßgeblich ist, unterscheidet sich für unterschiedliche Versicherungszweige. Dabei sind nur Geschäftsjahre zu berücksichtigen, in denen die verdienten Beiträge für eigene Rechnung die Höhe von 125.000 Euro überschreiten. Der Beobachtungszeitraum beträgt

- 30 Jahre dem Geschäftsjahr vorausgehende Geschäftsjahre für Hagel-, Kredit-, Kautions- und Vertrauensschadenversicherungen,
- 15 Jahre dem Geschäftsjahr vorausgehende Geschäftsjahre für die übrigen Zweige der Schaden-/Unfallversicherung und
- 10 Jahre dem Geschäftsjahr vorausgehende Geschäftsjahre für „jüngere“ Versicherungszweige.

Schwankungsrückstellung (HGB):

Benötigte Rechnungsgrößen:

Schwankungsrückstellung (HGB):

Benötigte Rechnungsgrößen:

- durchschnittliche Schadenquote $\overline{SQ}$ des Beobachtungszeitraums

Schwankungsrückstellung (HGB):

Benötigte Rechnungsgrößen:

- durchschnittliche Schadenquote $\overline{SQ}$ des Beobachtungszeitraums
- Standardabweichung $\sigma(SQ)$ im Beobachtungszeitraum

Schwankungsrückstellung (HGB):

Benötigte Rechnungsgrößen:

- durchschnittliche Schadenquote $\overline{SQ}$ des Beobachtungszeitraums
- Standardabweichung $\sigma(SQ)$ im Beobachtungszeitraum
- Grenzscha-denquote $G(SQ) = 0,95$ - mittl. Kostenquote aus 3 Jahren

Schwankungsrückstellung (HGB):

Benötigte Rechnungsgrößen:

- durchschnittliche Schadenquote $\overline{SQ}$ des Beobachtungszeitraums
- Standardabweichung $\sigma(SQ)$ im Beobachtungszeitraum
- Grenzscha-denquote $G(SQ) = 0,95$ - mittl. Kostenquote aus 3 Jahren
- Sicherheitszuschlag $S(SQ) = G(SQ) - \overline{SQ}$

Schwankungsrückstellung (HGB):

Benötigte Rechnungsgrößen:

- durchschnittliche Schadenquote $\overline{SQ}$ des Beobachtungszeitraums
- Standardabweichung $\sigma(SQ)$ im Beobachtungszeitraum
- Grenzscha-denquote $G(SQ) = 0,95$ - mittl. Kostenquote aus 3 Jahren
- Sicherheitszuschlag $S(SQ) = G(SQ) - \overline{SQ}$
- Rechnungsfaktor $f = 6$ bei Hagel-, Kredit-, Kautions- und Vertrauensschadenversicherungen, sonst 4,5

Schwankungsrückstellung (HGB):

Benötigte Rechnungsgrößen:

- durchschnittliche Schadenquote $\overline{SQ}$ des Beobachtungszeitraums
- Standardabweichung $\sigma(SQ)$ im Beobachtungszeitraum
- Grenzscha-denquote $G(SQ) = 0,95$ - mittl. Kostenquote aus 3 Jahren
- Sicherheitszuschlag $S(SQ) = G(SQ) - \overline{SQ}$
- Rechnungsfaktor $f = 6$ bei Hagel-, Kredit-, Kautions- und Vertrauensschadenversicherungen, sonst 4,5
- Korrekturfaktor $g = 1$, wenn $\overline{SQ} < G(SQ)$, sonst 0

Schwankungsrückstellung (HGB):

Benötigte Rechnungsgrößen:

- durchschnittliche Schadenquote $\overline{SQ}$ des Beobachtungszeitraums
- Standardabweichung $\sigma(SQ)$ im Beobachtungszeitraum
- Grenzscha-denquote $G(SQ) = 0,95$ - mittl. Kostenquote aus 3 Jahren
- Sicherheitszuschlag $S(SQ) = G(SQ) - \overline{SQ}$
- Rechnungsfaktor $f = 6$ bei Hagel-, Kredit-, Kautions- und Vertrauensschadenversicherungen, sonst 4,5
- Korrekturfaktor $g = 1$, wenn $\overline{SQ} < G(SQ)$, sonst 0

Der Sollbeitrag $SR\ddot{u}$ der Schwankungsrückstellung ist:

$$SR\ddot{u} = (f \cdot \sigma(SQ) - g \cdot 3 \cdot S(SQ)) \cdot \text{verdiente Beiträge}$$

Schwankungsrückstellung (HGB):

Die Schwankungsrückstellung ist zu verringern bzw. zu erhöhen (maximal bis zum Sollbetrag), wenn im Berichtsjahr ein Über- bzw. Unterschaden eingetreten ist.

Schwankungsrückstellung (HGB):

Die Schwankungsrückstellung ist zu verringern bzw. zu erhöhen (maximal bis zum Sollbetrag), wenn im Berichtsjahr ein Über- bzw. Unterschaden eingetreten ist.

Ein Unterschaden wird in voller Höhe zugeführt, ein Überschaden um den Betrag in Höhe von 60% des Sicherheitszuschlags gekürzt.

Schwankungsrückstellung (HGB):

Die Schwankungsrückstellung ist zu verringern bzw. zu erhöhen (maximal bis zum Sollbetrag), wenn im Berichtsjahr ein Über- bzw. Unterschaden eingetreten ist.

Ein Unterschaden wird in voller Höhe zugeführt, ein Überschaden um den Betrag in Höhe von 60% des Sicherheitszuschlags gekürzt.

Berechnung des anzurechnenden Über-/Unterschadens:

$$(1 - 0,6 \cdot h \cdot S(SQ)) \cdot (\overline{SQ} - SQ) \cdot \text{verdiente Beiträge}$$

Negativer Wert: Überschaden, $h = 1$

Positiver Wert: Unterschaden, $h = 0$

Schwankungsrückstellung (HGB):

Die Schwankungsrückstellung ist zu verringern bzw. zu erhöhen (maximal bis zum Sollbetrag), wenn im Berichtsjahr ein Über- bzw. Unterschaden eingetreten ist.

Ein Unterschaden wird in voller Höhe zugeführt, ein Überschaden um den Betrag in Höhe von 60% des Sicherheitszuschlags gekürzt.

Berechnung des anzurechnenden Über-/Unterschadens:

$$(1 - 0,6 \cdot h \cdot S(SQ)) \cdot (\overline{SQ} - SQ) \cdot \text{verdiente Beiträge}$$

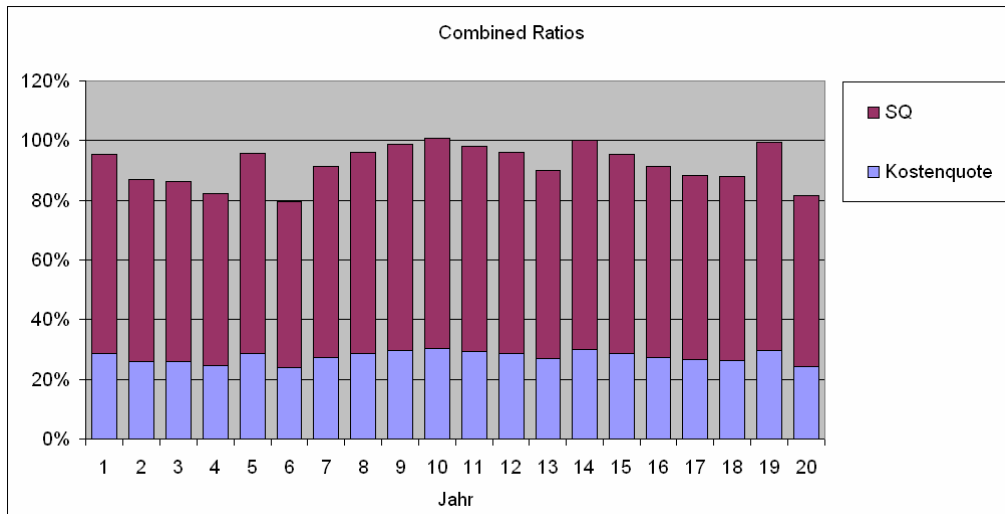
Negativer Wert: Überschaden, $h = 1$

Positiver Wert: Unterschaden, $h = 0$

Zusätzlich wird der Schwankungsrückstellung jährlich ein „Zins“ in Höhe von 3,5% des Sollbetrags zugeführt, bis dieser erreicht bzw. wieder erreicht wird.

Schwankungsrückstellung (HGB):

Beispiel:



Schwankungsrückstellung (HGB):

Beispiel:

Jahr	Beiträge	Combined Ratio	Kostenquote	SQ	mittl. SQ	sigma	G(SQ)	Faktor g	S(SQ)	Sollbetrag	Über/Unterschaden	Faktor h	SchwaRü
1	10.000.000	95,25%	28,58%	66,68%									
2	10.527.380	87,00%	26,10%	60,90%									
3	11.054.760	86,25%	25,88%	60,38%									
4	11.582.140	82,32%	24,69%	57,62%									
5	12.109.520	95,89%	28,77%	67,12%									
6	12.636.900	79,50%	23,85%	55,65%									
7	13.164.280	91,28%	27,38%	63,90%									
8	13.691.660	96,00%	28,80%	67,20%									
9	14.219.040	98,67%	29,60%	69,07%									
10	14.746.420	100,80%	30,24%	70,56%									
11	15.273.800	98,00%	29,40%	68,60%	63,91%	5,04%	65,45%	1	1,55%	2.757.425	-692.142	1	2.168.219
12	15.801.180	96,00%	28,80%	67,20%	64,33%	4,99%	65,25%	1	0,92%	3.111.593	-437.890	1	1.841.653
13	16.328.560	90,00%	27,00%	63,00%	64,57%	4,64%	65,52%	1	0,95%	2.947.747	248.391	0	2.193.216
14	16.855.940	99,99%	30,00%	69,99%	64,45%	4,64%	66,60%	1	2,15%	2.435.673	-904.919	1	1.385.213
15	17.383.320	95,23%	28,57%	66,66%	64,85%	4,70%	66,40%	1	1,55%	2.866.881	-305.782	1	1.182.623
16	17.910.700	91,34%	27,40%	63,94%	64,97%	4,55%	66,48%	1	1,51%	2.859.108	179.022	0	1.461.714
17	18.438.080	88,34%	26,50%	61,84%	64,79%	4,54%	66,34%	1	1,56%	2.901.142	527.897	0	2.091.151
18	18.965.460	87,99%	26,40%	61,59%	64,85%	4,48%	67,51%	1	2,66%	2.313.148	600.144	0	2.313.148
19	19.492.840	99,39%	29,82%	69,57%	64,93%	4,41%	68,23%	1	3,30%	1.934.554	-880.734	1	1.517.583
20	20.020.220	81,45%	24,44%	57,02%	65,73%	4,06%	67,43%	1	1,70%	2.634.538	1.698.008	0	2.634.538

Solvency Capital Requirement – SCR (Solvency II):

Das aktuelle SCR berechnet sich als das Produkt aus dem Dreifachen der Standardabweichung aus den vergangenen Jahren für die logarithmierten Combined Ratios und den aktuell verdienten Beiträgen.

Jahr	Beiträge	Combined Ratio	Log CR	mu	sigma
1	10.000.000	95,25%	-0,0487	-0,0854	0,0722
2	10.527.380	87,00%	-0,1393		
3	11.054.760	86,25%	-0,1479		
4	11.582.140	82,32%	-0,1946		
5	12.109.520	95,89%	-0,0420		
6	12.636.900	79,50%	-0,2294		
7	13.164.280	91,28%	-0,0912		
8	13.691.660	96,00%	-0,0409		
9	14.219.040	98,67%	-0,0134		
10	14.746.420	100,80%	0,0080		
11	15.273.800	98,00%	-0,0202		
12	15.801.180	96,00%	-0,0408		
13	16.328.560	90,00%	-0,1054		
14	16.855.940	99,99%	-0,0001		
15	17.383.320	95,23%	-0,0489		
16	17.910.700	91,34%	-0,0906		
17	18.438.080	88,34%	-0,1240		
18	18.965.460	87,99%	-0,1279		
19	19.492.840	99,39%	-0,0061		
20	20.020.220	81,45%	-0,2052		

Solvency Capital Requirement – SCR (Solvency II):

Das aktuelle SCR berechnet sich als das Produkt aus dem Dreifachen der Standardabweichung aus den vergangenen Jahren für die logarithmierten Combined Ratios und den aktuell verdienten Beiträgen.

Jahr	Beiträge	Combined Ratio	Log CR	mu	sigma
1	10.000.000	95,25%	-0,0487	-0,0854	0,0722
2	10.527.380	87,00%	-0,1393		
3	11.054.760	86,25%	-0,1479		
4	11.582.140	82,32%	-0,1946		
5	12.109.520	95,89%	-0,0420		
6	12.636.900	79,50%	-0,2294		
7	13.164.280	91,28%	-0,0912		
8	13.691.660	96,00%	-0,0409		
9	14.219.040	98,67%	-0,0134		
10	14.746.420	100,80%	0,0080		
11	15.273.800	98,00%	-0,0202		
12	15.801.180	96,00%	-0,0408		
13	16.328.560	90,00%	-0,1054		
14	16.855.940	99,99%	-0,0001		
15	17.383.320	95,23%	-0,0489		
16	17.910.700	91,34%	-0,0906		
17	18.438.080	88,34%	-0,1240		
18	18.965.460	87,99%	-0,1279		
19	19.492.840	99,39%	-0,0061		
20	20.020.220	81,45%	-0,2052		

Vergleich HGB / Solvency II für Versicherungsjahr 20:

SchwaRü = 2.634.538

SCR = 4.338.431

Solvency Capital Requirement – SCR (Solvency II):

Hintergrund:

Unter Solvency II wird angenommen, dass die jährlichen Combined Ratios einer logarithmischen Normalverteilung mit Mittelwert 100% genügen. Das zu Grunde liegende Risikomaß ist der Value-at-Risk VaR_α zum Risikoniveau $\alpha = 0,5\%$, das entspricht einem **200-Jahres-Schaden**.

Solvency Capital Requirement – SCR (Solvency II):

Hintergrund:

Unter Solvency II wird angenommen, dass die jährlichen Combined Ratios einer logarithmischen Normalverteilung mit Mittelwert 100% genügen. Das zu Grunde liegende Risikomaß ist der Value-at-Risk VaR_α zum Risikoniveau $\alpha = 0,5\%$, das entspricht einem **200-Jahres-Schaden**.

Er berechnet sich als

$$\text{VaR}_\alpha = \exp\left(2,5758 \cdot \sigma - \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot \text{verdiente Beiträge}$$

Solvency Capital Requirement – SCR (Solvency II):

Hintergrund:

Unter Solvency II wird angenommen, dass die jährlichen Combined Ratios einer logarithmischen Normalverteilung mit Mittelwert 100% genügen. Das zu Grunde liegende Risikomaß ist der Value-at-Risk VaR_α zum Risikoniveau $\alpha = 0,5\%$, das entspricht einem **200-Jahres-Schaden**.

Er berechnet sich als

$$\text{VaR}_\alpha = \exp\left(2,5758 \cdot \sigma - \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot \text{verdiente Beiträge}$$

Das SCR entspricht formal der Differenz aus dem VaR_α und den verdienten Beiträgen, also

$$\text{SCR} = \underbrace{\left(\exp\left(2,5758 \cdot \sigma - \frac{\sigma^2}{2}\right) - 1\right)}_{\approx 3 \cdot \sigma \text{ für } \sigma < 0,17} \cdot \text{verdiente Beiträge}$$

Solvency Capital Requirement – SCR (Solvency II):

Hintergrund:

Unter Solvency II wird angenommen, dass die jährlichen Combined Ratios einer logarithmischen Normalverteilung genügen.

Solvency Capital Requirement – SCR (Solvency II):

Hintergrund:

Unter Solvency II wird angenommen, dass die jährlichen Combined Ratios einer logarithmischen Normalverteilung genügen.

Diese Annahme sollte in der Säule II von Solvency II (ORSA, Own Risk and Solvency Assessment) durch die Risikomanagementfunktion (RMF) des Unternehmens regelmäßig überprüft werden.

Solvency Capital Requirement – SCR (Solvency II):

Hintergrund:

Unter Solvency II wird angenommen, dass die jährlichen Combined Ratios einer logarithmischen Normalverteilung genügen.

Diese Annahme sollte in der Säule II von Solvency II (ORSA, Own Risk and Solvency Assessment) durch die Risikomanagementfunktion (RMF) des Unternehmens regelmäßig überprüft werden.

Einfache statistische Methode: Quantil-Quantil-Plots

Dies ist ein historisch etablierter graphischer Vergleich einer „theoretischen“ Stichprobe mit einer realen Stichprobe in einem Diagramm („Wahrscheinlichkeitspapier“). Testgröße T zur Beurteilung:

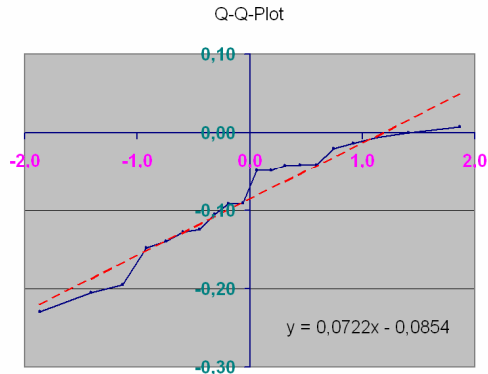
$$T = -\ln(1 - \rho),$$

wobei ρ die Korrelation beider angeordneter Stichproben bezeichnet. T ist näherungsweise normalverteilt ($\rightarrow p$ -Wert).

Solvency Capital Requirement – SCR (Solvency II):

Beispiel:

Jahr	Combined Ratio	Log CR	uk	qk	Log CR sortiert	mu	sigma	rho	T	p-Wert	Verteilungs-Hypothese
1	95,25%	-0,0487	0,0309	-1,8675	-0,2294	-0,0854	0,0722	0,9710	3,5403	23,46%	annehmen
2	87,00%	-0,1393	0,0796	-1,4076	-0,2052						
3	86,25%	-0,1479	0,1290	-1,1310	-0,1946						
4	82,32%	-0,1946	0,1785	-0,9210	-0,1479						
5	95,89%	-0,0420	0,2280	-0,7454	-0,1393						
6	79,50%	-0,2294	0,2775	-0,5903	-0,1279						
7	91,28%	-0,0912	0,3270	-0,4483	-0,1240						
8	96,00%	-0,0409	0,3764	-0,3149	-0,1054						
9	98,67%	-0,0134	0,4258	-0,1870	-0,0912						
10	100,80%	0,0080	0,4753	-0,0620	-0,0906						
11	98,00%	-0,0202	0,5247	0,0620	-0,0489						
12	96,00%	-0,0408	0,5742	0,1870	-0,0487						
13	90,00%	-0,1054	0,6236	0,3149	-0,0420						
14	99,99%	-0,0001	0,6730	0,4483	-0,0409						
15	95,23%	-0,0489	0,7225	0,5903	-0,0408						
16	91,34%	-0,0906	0,7720	0,7454	-0,0202						
17	88,34%	-0,1240	0,8215	0,9210	-0,0134						
18	87,99%	-0,1279	0,8710	1,1310	-0,0061						
19	99,39%	-0,0061	0,9204	1,4076	-0,0001						
20	81,45%	-0,2052	0,9691	1,8675	0,0080						



Solvency Capital Requirement – SCR (Solvency II):

ZVersWiss

<https://doi.org/10.1007/s12297-019-00451-y>



ORIGINAL ARTICLE

Modellvalidierung mit Hilfe von Quantil-Quantil-Plots unter Solvency II

Dietmar Pfeifer

Zusammenfassung Nach etlichen Jahren Vorarbeit ist das Projekt Solvency II Anfang 2016 in den Ländern der Europäischen Union legislativ umgesetzt worden. Damit verbunden sind einige wesentliche Änderungen der jeweiligen nationalen Versicherungsaufsichtsgesetze. Ein neuer Aspekt hierbei ist die Vorschrift, potenzielle Abweichungen des Risikoprofils des Unternehmens von den Annahmen, die der Standardformel zur Berechnung des Solvency Capital Requirements (SCR) zugrunde liegen, zu analysieren und zu beurteilen. Für das Prämien- und Reserve-Risiko bzw. die zugehörigen Schaden-Kosten-Quoten wird dabei stillschweigend eine Lognormalverteilung unterstellt. In dieser Arbeit wird ein einfaches, aber dennoch mathematisch korrektes Verfahren auf der Basis von Quantil-Quantil-Plots vorgestellt, mit dem eine solche Analyse durchgeführt werden kann.

III. Der n -Jahres-Schaden

Was ist ein n -Jahres-Schaden?

Betrachte ein Kartenspiel mit $n = 100$ unterscheidbaren Karten, in dem die Pik-Dame genau einmal vorkommt:



Wenn man jedes Jahr am 1. Januar eine Karte zieht und sie wieder unter den Stapel mischt, wie viel Zeit vergeht im Durchschnitt, bis man erstmalig die Pik-Dame zieht?

Was ist ein n-Jahres-Schaden?

Betrachte ein Kartenspiel mit $n = 100$ unterscheidbaren Karten, in dem die Pik-Dame genau einmal vorkommt:



Wenn man jedes Jahr am 1. Januar eine Karte zieht und sie wieder unter den Stapel mischt, wie viel Zeit vergeht im Durchschnitt, bis man erstmalig die Pik-Dame zieht?

Antwort: 100 Jahre.

Das Ziehen der Pik-Dame ist also ein 100-Jahres-Ereignis.

Was ist ein n-Jahres-Schaden?

Begründung: Es bezeichne N die Jahreszahl mit dem erstmaligen Ziehen der Pik-Dame. Da das Ziehen einer bestimmten Karte die gleiche Wahrscheinlichkeit $p = \frac{1}{n} = \frac{1}{100}$ besitzt, ist der Erwartungswert (Mittelwert) von N gegeben durch

$$E(N) = \sum_{n=0}^{\infty} P(N > n) = \sum_{n=0}^{\infty} (1 - p)^n = \frac{1}{1 - (1 - p)} = \frac{1}{p} = 100 = n.$$

Was ist ein n-Jahres-Schaden?

Begründung: Es bezeichne N die Jahreszahl mit dem erstmaligen Ziehen der Pik-Dame. Da das Ziehen einer bestimmten Karte die gleiche Wahrscheinlichkeit $p = \frac{1}{n} = \frac{1}{100}$ besitzt, ist der Erwartungswert (Mittelwert) von N gegeben durch

$$E(N) = \sum_{n=0}^{\infty} P(N > n) = \sum_{n=0}^{\infty} (1 - p)^n = \frac{1}{1 - (1 - p)} = \frac{1}{p} = 100 = n.$$

Dabei ist die Anzahl A_n der „Erfolge“ in n Jahren (= Ziehen einer Pik-Dame) binomialverteilt mit Erfolgswahrscheinlichkeit $p = \frac{1}{n} = \frac{1}{100}$ und Erwartungswert $E(A_n) = n \cdot p = 1$, d.h. die Pik-Dame wird im Mittel innerhalb von 100 Jahren **genau einmal** gezogen.

Was ist ein n -Jahres-Schaden?

Anwendung im Kontext von Solvency II:

Ein n -Jahres-Schaden ist ein **theoretischer Schwellenwert**, der innerhalb eines Jahres mit Wahrscheinlichkeit $p = \frac{1}{n}$ erreicht oder überschritten wird. Es handelt sich also nicht um einen real beobachteten Schaden!

Was ist ein n -Jahres-Schaden?

Anwendung im Kontext von Solvency II:

Ein n -Jahres-Schaden ist ein **theoretischer Schwellenwert**, der innerhalb eines Jahres mit Wahrscheinlichkeit $p = \frac{1}{n}$ erreicht oder überschritten wird. Es handelt sich also nicht um einen real beobachteten Schaden!

Man muss demnach im Mittel n Jahre warten, bis eine solche Überschreitung eintritt. Die unter Solvency II berechnete Eigenkapitalanforderung (SCR) stellt also sicher, dass ein ruinöser Fall (Überschreiten des 200-Jahres-Schadens und damit des vorhandenen Eigenkapitals) im Mittel nur alle 200 Jahre eintritt.

Was ist ein n-Jahres-Schaden?

Wie sicher ist diese „Garantie“?

Vorsicht! Ein ruinöser Schadenfall kann praktisch in jedem Jahr eintreten!

Die folgende Tabelle zeigt die Wahrscheinlichkeiten p_k dafür auf, dass ein solches ruinöses Ereignis bereits während der ersten k Jahre eintritt:

k	1	10	25	50	75	100	150	200
p_k	0,5%	4,89%	11,78%	22,17%	31,34%	39,42%	52,95%	63,30%

Was ist ein n-Jahres-Schaden?

Wie sicher ist diese „Garantie“?

Vorsicht! Ein ruinöser Schadenfall kann praktisch in jedem Jahr eintreten!

Die folgende Tabelle zeigt die Wahrscheinlichkeiten q_k dafür auf, dass ein solches ruinöses Ereignis mindestens k Mal in 200 Jahren eintritt:

k	1	2	3	4	5
q_k	63,304%	26,420%	7,984%	1,868%	0,355%

IV. Schadenreservierung

Schadenreservierung (HGB)

Problem: Eine Regulierung von Versicherungsfällen erfolgt üblicherweise nicht sofort, sondern kann sich je nach Situation über längere Zeit hinziehen (Einholen von Gutachten, medizinische Behandlung, Gerichtsprozesse, anfänglich unbekannte Gesamtkosten usw.)

Schadenreservierung (HGB)

Problem: Eine Regulierung von Versicherungsfällen erfolgt üblicherweise nicht sofort, sondern kann sich je nach Situation über längere Zeit hinziehen (Einholen von Gutachten, medizinische Behandlung, Gerichtsprozesse, anfänglich unbekannte Gesamtkosten usw.)

Rückstellungen für bekannte Versicherungsfälle werden nach § 341 Abs. 1 HGB für gemeldete, aber noch nicht (vollständig) regulierte Schäden erstellt. Sie unterliegen grundsätzlich dem Einzelbewertungsprinzip, wobei das Vorsichtsprinzip bei der Bewertung im Fokus steht.

Schadenreservierung (HGB)

Problem: Eine Regulierung von Versicherungsfällen erfolgt üblicherweise nicht sofort, sondern kann sich je nach Situation über längere Zeit hinziehen (Einholen von Gutachten, medizinische Behandlung, Gerichtsprozesse, anfänglich unbekannte Gesamtkosten usw.)

Rückstellungen für bekannte Versicherungsfälle werden nach § 341 Abs. 1 HGB für gemeldete, aber noch nicht (vollständig) regulierte Schäden erstellt. Sie unterliegen grundsätzlich dem Einzelbewertungsprinzip, wobei das Vorsichtsprinzip bei der Bewertung im Fokus steht.

Rückstellungen für Spätschäden sind laut § 341 g Abs. 2 HGB vom Versicherungsunternehmen gesondert auszuweisen. Hierunter fallen insbesondere ungewisse Verbindlichkeiten aufgrund von Schäden, die bereits eingetreten, aber dem Versicherer noch nicht gemeldet wurden. Aufgrund der hohen Ungewissheit ist eine Einzelbewertung in diesen Fällen nicht möglich. Sie werden daher nach § 341 g Abs. 2 S. 1 HGB auf Grundlage von Erfahrungswerten pauschal zurückgestellt.

Schadenreservierung (Solvency II)

Die Bewertung von nicht vollständig regulierten Schäden (bekannt oder unbekannt) erfolgt unter Solvency II nach der Zahlungsstrommethode, d.h. es muss eine statistische Projektion aller zukünftig zu erwartenden Zahlungen bis zur vollständigen Regulierung vorgenommen werden.

Schadenreservierung (Solvency II)

Die Bewertung von nicht vollständig regulierten Schäden (bekannt oder unbekannt) erfolgt unter Solvency II nach der Zahlungsstrommethode, d.h. es muss eine statistische Projektion aller zukünftig zu erwartenden Zahlungen bis zur vollständigen Regulierung vorgenommen werden.

Die jährlichen erwarteten Zahlungen sind dabei mit einer vorgegebenen Zinsstrukturkurve zu diskontieren, die von einer Europäischen Behörde (EIOPA) monatlich veröffentlicht wird. Zielzahl ist der Erwartungswert der Summe aller solchen diskontierten Zahlungsströme („Best Estimate“). Auf den Best Estimate wird abschließend ein SCR aufgeschlagen.

Schadenreservierung (Solvency II)

Beispiel (Chain-Ladder-Methode):

	Abwicklungsjahr (Schadenzahlungen)					
Meldejahr	0	1	2	3	4	5
0	1.235.621	1.945.216	592.816	295.216	118.452	56.934
1	1.462.157	1.863.215	493.714	269.831	139.751	44.579
2	952.754	1.197.446	692.617	312.488	166.986	88.431
3	1.357.279	1.739.283	893.751	391.632	186.994	93.871
4	1.583.527	2.081.647	1.184.522	683.921	298.761	149.281
5	2.746.091	3.291.745	1.682.954	865.981	482.176	221.985

Abwicklungsdreieck; Annahme: vollständige Abwicklung nach 5 Jahren

Enthält die jährlichen Nachzahlungen aus gemeldeten Schäden

Grün unterlegt: Schadenzahlungen, die im 5. Meldejahr noch nicht bekannt waren

Schadenreservierung (Solvency II)

Beispiel (Chain-Ladder-Methode):

	Abwicklungsjahr (Schadenstände)						Reserve
Meldejahr	0	1	2	3	4	5	
0	1.235.621	3.180.837	3.773.653	4.068.869	4.187.321	4.244.255	0
1	1.462.157	3.325.372	3.819.086	4.088.917	4.228.668	4.273.247	44.579
2	952.754	2.150.200	2.842.817	3.155.305	3.322.291	3.410.722	255.417
3	1.357.279	3.096.562	3.990.313	4.381.945	4.568.939	4.662.810	672.497
4	1.583.527	3.665.174	4.849.696	5.533.617	5.832.378	5.981.659	2.316.485
5	2.746.091	6.037.836	7.720.790	8.586.771	9.068.947	9.290.932	6.544.841
	fk	2,339153	1,227423	1,084091	1,031651	1,013597	9.833.819

Abwicklungsdreieck; Annahme: vollständige Abwicklung nach 5 Jahren

Enthält die jährlichen Schadenstände sowie die benötigten Reserven

Grün unterlegt: Schadenstände, die im 5. Meldejahr noch nicht bekannt waren sowie die finale Reserve

Die Chain-Ladder-Faktoren fk repräsentieren ein mittleres Wachstumsverhalten der Schadenstände von Jahr k zu Jahr $k-1$

Schadenreservierung (Solvency II)

Beispiel (Chain-Ladder-Methode):

	Abwicklungsjahr (Schadenstände)						Reserve
Meldejahr	0	1	2	3	4	5	
0	1.235.621	3.180.837	3.773.653	4.068.869	4.187.321	4.244.255	0
1	1.462.157	3.325.372	3.819.086	4.088.917	4.228.668	4.273.247	44.579
2	952.754	2.150.200	2.842.817	3.155.305	3.322.291	3.410.722	255.417
3	1.357.279	3.096.562	3.990.313	4.381.945	4.568.939	4.662.810	672.497
4	1.583.527	3.665.174	4.849.696	5.533.617	5.832.378	5.981.659	2.316.485
5	2.746.091	6.037.836	7.720.790	8.586.771	9.068.947	9.290.932	6.544.841
	fk	2,339153	1,227423	1,084091	1,031651	1,013597	9.833.819

Rechengang:

$$f1 = \frac{3.180.837 + 3.325.372 + 2.150.200 + 3.096.562 + 3.665.174}{1.235.621 + 1.462.157 + 952.754 + 1.357.279 + 1.583.527} = 2,339153$$

$$f2 = \frac{3.773.653 + 3.819.086 + 2.842.817 + 3.990.313}{3.180.837 + 3.325.372 + 2.150.200 + 3.096.562} = 1,227423$$

$$f3 = \frac{4.068.869 + 4.088.917 + 3.155.305}{3.773.653 + 3.819.086 + 2.842.817} = 1,084091$$

$$f4 = \dots$$

Schadenreservierung (Solvency II)

Beispiel (Chain-Ladder-Methode):

	Abwicklungsjahr (Schadenstände)						Reserve
Meldejahr	0	1	2	3	4	5	
0	1.235.621	3.180.837	3.773.653	4.068.869	4.187.321	4.244.255	0
1	1.462.157	3.325.372	3.819.086	4.088.917	4.228.668	4.273.247	44.579
2	952.754	2.150.200	2.842.817	3.155.305	3.322.291	3.410.722	255.417
3	1.357.279	3.096.562	3.990.313	4.381.945	4.568.939	4.662.810	672.497
4	1.583.527	3.665.174	4.849.696	5.533.617	5.832.378	5.981.659	2.316.485
5	2.746.091	6.037.836	7.720.790	8.586.771	9.068.947	9.290.932	6.544.841
	fk	2,339153	1,227423	1,084091	1,031651	1,013597	9.833.819

Hochrechnung auf prognostizierte Reserve:

Multiplikation der (bekannten) Schadenstände von links nach rechts mit den passenden Chain-Ladder-Faktoren fk

Schadenreservierung (Solvency II)

Beispiel (Chain-Ladder-Methode):

	Abwicklungsjahr (Schadenstände)						Reserve
Meldejahr	0	1	2	3	4	5	
0	1.235.621	3.180.837	3.773.653	4.068.869	4.187.321	4.244.255	0
1	1.462.157	3.325.372	3.819.086	4.088.917	4.228.668	4.286.164	57.496
2	952.754	2.150.200	2.842.817	3.155.305	3.255.174	3.299.434	144.129
3	1.357.279	3.096.562	3.990.313	4.325.862	4.462.780	4.523.460	533.147
4	1.583.527	3.665.174	4.498.720	4.877.021	5.031.384	5.099.794	1.434.620
5	2.746.091	6.423.526	7.884.384	8.547.389	8.817.923	8.937.819	6.191.728
	fk	2.339.153	1.227.423	1.084.091	1.031.651	1.013.597	8.361.120

Rechengang:

$$\begin{aligned}
 6.423.526 &= 2.746.091 * f1 \\
 7.884.384 &= 6.423.526 * f2 \\
 8.547.389 &= 7.884.384 * f3
 \end{aligned}$$

Schadenreservierung (Solvency II)

Beispiel (Chain-Ladder-Methode):

	Abwicklungsjahr (Schadenstände)						Reserve
Meldejahr	0	1	2	3	4	5	
0	1.235.621	3.180.837	3.773.653	4.068.869	4.187.321	4.244.255	0
1	1.462.157	3.325.372	3.819.086	4.088.917	4.228.668	4.286.164	57.496
2	952.754	2.150.200	2.842.817	3.155.305	3.255.174	3.299.434	144.129
3	1.357.279	3.096.562	3.990.313	4.325.862	4.462.780	4.523.460	533.147
4	1.583.527	3.665.174	4.498.720	4.877.021	5.031.384	5.099.794	1.434.620
5	2.746.091	6.423.526	7.884.384	8.547.389	8.817.923	8.937.819	6.191.728
fk		2,339153	1,227423	1,084091	1,031651	1,013597	8.361.120

Geschätzte Gesamtreserve („Best Estimate“), undiskontiert: **8.361.120**
Tatsächliche Reserve (nach vollständiger Abwicklung): **9.833.819**

Schadenreservierung (Solvency II)

Beispiel (Chain-Ladder-Methode):

	Abwicklungsjahr (geschätzte Schadenzahlungen)						Reserve
Meldejahr	0	1	2	3	4	5	
0	1.235.621	1.945.216	592.816	295.216	118.452	56.934	0
1	1.462.157	1.863.215	493.714	269.831	139.751	57.496	57.496
2	952.754	1.197.446	692.617	312.488	99.869	44.260	144.129
3	1.357.279	1.739.283	893.751	335.549	136.918	60.679	533.147
4	1.583.527	2.081.647	833.546	378.301	154.363	68.411	1.434.620
5	2.746.091	3.677.435	1.460.859	663.005	270.534	119.895	6.191.728
	fk	2,339153	1,227423	1,084091	1,031651	1,013597	8.361.120

	Prognosejahr (geschätzte Zahlungsströme)					Reserve
Meldejahr	1	2	3	4	5	
1	57.496					57.496
2	99.869	44.260				144.129
3	335.549	136.918	60.679			533.147
4	833.546	378.301	154.363	68.411		1.434.620
5	3.677.435	1.460.859	663.005	270.534	119.895	6.191.728
Saldo	5.003.894	2.020.338	878.047	338.945	119.895	8.361.120

Geschätztes künftiges Zahlungsstrommuster, undiskontiert (letzte Zeile)

V. Literaturempfehlungen

- J. Boetius (1996): Handbuch der versicherungstechnischen Rückstellungen. Handels- und Steuerbilanzrecht der Versicherungsunternehmen. Verlag Dr. Otto Schmidt, Köln.
- H.P. Gondring (2015): Versicherungswirtschaft. Handbuch für Studium und Praxis. Verlag Franz Vahlen München.
- D. Pfeifer (2020): Modellvalidierung mit Hilfe von Quantil-Quantil-Plots unter Solvency II. Zeitschrift für die gesamte Versicherungswissenschaft.
- W. Rockel, E. Helten, H. Loy, P. Ott, R. Sauer (2007): Versicherungsbilanzen. Rechnungslegung nach HGB, US-GAAP und IFRS. 2., überarbeitete und erweiterte Auflage. Schäffer-Poeschel Verlag, Stuttgart.
- H. Gründl, M. Kraft, Hrsg. (2019): Solvency II - Eine Einführung. Grundlagen der neuen Versicherungsaufsicht. 3. Auflage, Verlag Versicherungswissenschaft, Karlsruhe.
- M. Radtke, K.D. Schmidt, Hrsg. (2012): Handbuch zur Schadenreservierung. 2. Auflage, Verlag Versicherungswissenschaft, Karlsruhe.