

Messung von Magnetfeldern

Stichworte:

Magnetfeld, magnetische Feldstärke, magnetischer Fluss, magnetische Induktion, Induktionsspannung, magnetisches Moment, BIOT-SAVART-Gesetz, HELMHOLTZ-Spulen, Anti-HELMHOLTZ-Spulen (MAXWELL-Spulen).

Messprogramm:

Homogenität des Magnetfeldes in HELMHOLTZ-Spulen, linear variierendes Magnetfeld in Anti-HELMHOLTZ-Spulen, Horizontalkomponente des örtlichen Magnetfeldes, stationäres Magnetfeld eines Hufeisenmagneten mit rotierenden Induktionsspulen.

Literatur:

- /1/ DEMTRÖDER, W.: „Experimentalphysik 2: Elektrizität und Optik“, Springer, Berlin u.a.
- /2/ TIPLER, P. A.: „Physik“, Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg u. a.

1 Einleitung

Die Messung von Magnetfeldern ist Gegenstand dieses Versuches. Wir werden uns auf zwei einfache Messmethoden beschränken. Die eine Methode nutzt die Tatsache aus, dass ein magnetisierter Körper, z. B. eine Magnetonadel, der mit beliebiger Orientierung in ein Magnetfeld eingebracht wird, in diesem Feld ein Drehmoment erfährt. Die andere Methode benutzt die Tatsache, dass eine Änderung des magnetischen Flusses in einer in das Magnetfeld eingebrachten Spule eine Spannung induziert. Nach diesem Prinzip wurde beispielsweise bis in die 90er Jahre die auf Computer-Festplatten gespeicherte Information ausgelesen. Heute arbeiten nur noch die Schreibköpfe der Festplatten induktiv, während für das Auslesen der magneto-resistive Effekt genutzt wird, d. h. die Änderung des elektrischen Widerstandes dünner magnetischer Schichten in Abhängigkeit von der Orientierung eines äußeren Magnetfeldes. Für die Entdeckung dieses Effektes¹ erhielt PETER GRÜNBERG vom Forschungszentrum Jülich zusammen mit dem Franzosen ALBERT FERT im Jahre 2007 den Nobelpreis für Physik.

Die Magnetfeldmessung mit einer HALL-Sonde wird in diesem Versuch nicht behandelt.

Eine Vorbemerkung zur Nomenklatur. Wer in den gängigen physikalischen Lehrbüchern zum Stichwort *Magnetfeld* nachliest, wird feststellen, dass für die Stärke von Magnetfeldern die Vektorgrößen \mathbf{B} und \mathbf{H} verwendet werden und verschiedene Bezeichnungen existieren, die historisch bedingt sind. In Lehrbüchern, wird \mathbf{B} als *magnetische Flussdichte*, *magnetische Induktion* oder einfach auch als *Magnetfeld* bezeichnet und \mathbf{H} als *magnetische Feldstärke* oder auch als *magnetische Erregung* (zum Zusammenhang beider Größen siehe Gl. (4)).

2 Theorie

An jedem Punkt der Erde herrscht ein bestimmtes Erdmagnetfeld (Abb. 1), das nach heutiger Erkenntnis auf Konvektionsströme von Eisen im flüssigen Teil des Erdkerns („äußerer Kern“ in einer Tiefe zwischen ca. 2.000 km und 5.000 km) zurückzuführen ist, die von der Schwerkraft angetrieben werden und wie ein „Geodynamo“ wirken². Dieses Magnetfeld lässt sich nur im Freien, fernab von störenden Bebauungen usw. messen. Innerhalb von Gebäuden wird dieses Magnetfeld teilweise abgeschirmt, teilweise überlagert durch Magnetfelder, die in dem Gebäude durch magnetisierte Materialien, elektrische Geräte usw. erzeugt werden. Betrag und Richtung dieser Magnetfelder sind oft lokal so unterschiedlich, dass selbst innerhalb eines Labors recht verschiedene resultierende Felder auftreten können.

Wir werden für die folgenden Überlegungen diese örtlichen Magnetfelder immer dann außer Betracht lassen, wenn die Stärke eines *zusätzlich* erzeugten Magnetfeldes groß gegenüber der Stärke des örtlichen Feldes ist.

¹ Der Effekt heißt *Riesenmagnetowiderstandseffekt* oder *GMR-Effekt* (vom Englischen: *Giant Magnetoresistance*). Der Name rührt daher, dass die Widerstandsänderung bis zu 50 % betragen kann, also „riesengroß“ ist.

² siehe z. B. CHRISTENSEN, U.; TILGNER, A.: Physik Journal 1.10 (2002) 41-47 und STEINLE-NEUMANN, G.: Physik Journal 7.11 (2008) 27-32

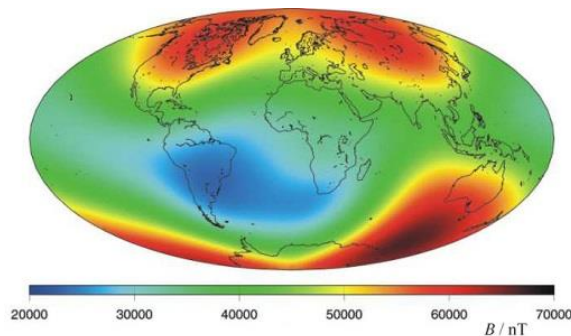


Abb. 1: Stärke des Erdmagnetfeldes B im Jahre 2000 (Quelle: NASA Planetary Geodynamics Laboratory)

2.1 Erzeugung homogener Magnetfelder

Zur Erzeugung von Magnetfeldern stehen zwei einfache Methoden zur Verfügung. Zum einen können wir ein Magnetfeld mithilfe eines vorher magnetisierten Körpers, z. B. eines Hufeisen- oder Stabmagneten an einer bestimmten Stelle erzeugen. („Erzeugen“ bedeutet hier: Wir bringen das immer vorhandene Feld des Magneten an den gewünschten Ort.) Die andere Methode besteht in der Erzeugung von Magnetfeldern durch stromdurchflossene Leiter.

2.1.1 Magnetfeld eines stromdurchflossenen Leiters

Zur Berechnung des Magnetfeldes an einem Punkt P in der Umgebung eines dünnen stromdurchflossenen Leiters betrachten wir Abb. 2. Jedes vom Strom I durchflossene Teilstück ds des Leiters erzeugt an P , der sich im Abstand \mathbf{r} von ds befindet, ein Magnetfeldelement $d\mathbf{B}$, für das nach dem BIOT-SAVART-Gesetz gilt:

$$(1) \quad d\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{\mathbf{r} \times d\mathbf{s}}{r^3}$$

Dabei ist μ_0 die international festgelegte *magnetische Feldkonstante*:

$$(2) \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$$

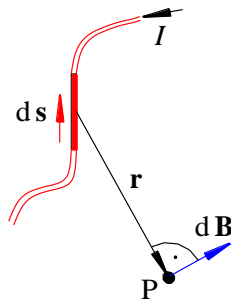


Abb. 2: Zum BIOT-SAVART-Gesetz.

Die Einheit der magnetischen Flussdichte \mathbf{B} ist nach Gl. (1) und (2):

$$(3) \quad [\mathbf{B}] = \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} = \text{T} \quad \text{mit } 1 \text{ T} = 1 \text{ TESLA}$$

Früher war auch die Einheit GAUß (G) gebräuchlich: $1 \text{ T} = 10^4 \text{ G}$.³

³ Einige Angaben zur Größenordnung und zu Grenzwerten: Das Erdmagnetfeld hat in unseren geografischen Breiten eine Stärke von ca. $50 \mu\text{T}$ (vgl. Abb. 1; Horizontalkomponente ca. $20 \mu\text{T}$). Um möglichen Gesundheitsgefahren durch magnetische und elektrische Wechselfelder („Elektrosmog“) vorzubeugen, gelten nach der 26. *Verordnung zur Durchführung des Bundes-Immissionschutzgesetzes* (26. BImSchV) folgende Grenzwerte bei dauerhafter Exposition durch niederfrequente magnetische (B) und elektrische (E) Felder (Effektivwerte): $B = 100 \mu\text{T}$ und $E = 5 \text{ kV/m}$ bei 50 Hz (gewöhnliches Stromnetz) sowie $B = 300 \mu\text{T}$ und $E = 10 \text{ kV/m}$ bei $16\frac{2}{3} \text{ Hz}$ (Bahnstromanlagen). Für hochfrequente Felder, die z. B. im Bereich des Mobilfunks maßgeblich sind (Frequenz im Bereich von ca. (1 - 2) GHz), sind ebenfalls Grenzwerte festgelegt. Näheres dazu auf den Internetseiten des Bundesamtes für Strahlenschutz: <http://www.bfs.de/de/elektro/hff>.

B und **H** hängen in isotropen Materialien über die Beziehung

$$(4) \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H}$$

zusammen, wobei μ die *Permeabilität* und μ_r die materialabhängige *relative Permeabilität* ist. Sie ist für *diamagnetische* Stoffe wie z. B. Wasser etwas kleiner als 1 ($\mu_r < 1$) und für *paramagnetische* Stoffe wie z. B. Luft etwas größer als 1 ($\mu_r > 1$). Für *ferromagnetische* Stoffe kann μ_r sehr große Werte annehmen ($\mu_r \gg 1$): z. B. Eisen bis zu 10.000, Mu-Metall⁴ zur Abschirmung magnetischer Felder bis zu 100.000.

Gemäß Gl. (3) und (4) ist die Einheit der magnetischen Feldstärke **H**:

$$(5) \quad [\mathbf{H}] = \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

2.1.2 Magnetfeld eines stromdurchflossenen kreisförmigen Leiters

Wir wollen nun gem. Abb. 3 den Spezialfall eines stromdurchflossenen kreisförmigen Leiters **S** vom Radius R betrachten und das Magnetfeld berechnen, das an einem Punkt **P** auf der z -Achse entsteht, die durch den Kreismittelpunkt geht und senkrecht auf der Kreisfläche steht. Dazu müssen wir alle Magnetfeldelemente $d\mathbf{B}$ aufintegrieren, die an **P** durch die vom gleichen Strom I durchflossenen Leiterelemente ds erzeugt werden. Aus Gl. (1) folgt für **B**:

$$(6) \quad \mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \oint_S \frac{\mathbf{r} \times d\mathbf{s}}{r^3}$$

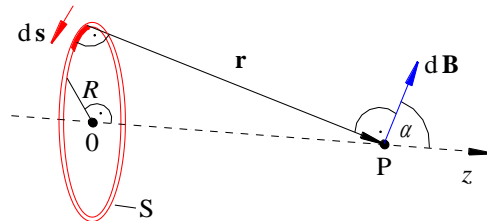


Abb. 3: Zur Magnetfeldberechnung für eine Kreisspule.

Jedes Feldelement $d\mathbf{B}$ steht senkrecht auf ds und \mathbf{r} und bildet mit der z -Achse gem. Abb. 3 den Winkel α . Wir können jedes Element in eine Komponente in z -Richtung und eine Komponente senkrecht dazu zerlegen. Da es zu jedem Leiterelement ds ein entgegengesetzt gerichtetes Leiterelement $-ds$ gibt, folgt sofort, dass alle zur z -Richtung senkrechten Komponenten sich gegenseitig aufheben. Was bleibt, sind resultierende Magnetfeldelemente parallel zur z -Richtung, deren Beträge gem. Abb. 3 gegeben sind durch:

$$(7) \quad dB_z = dB \cos \alpha = dB \frac{R}{r}$$

Mit $\mathbf{r} \perp d\mathbf{s}$ gilt

$$(8) \quad |\mathbf{r} \times d\mathbf{s}| = r ds$$

und somit für die z -Komponente von **B** nach Gl. (6) bis (8):

$$(9) \quad B_z = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{R}{r^2} \oint_S ds$$

Mit

$$(10) \quad \oint_S ds = 2\pi R$$

und

⁴ Mu-Metall ist eine Ni-Fe-Legierung mit Spuren anderer Metalle, z.B. 76 % Ni, 17 % Fe, 5 % Cu und 2 % Co.

$$(11) \quad r^2 = R^2 + z^2$$

erhalten wir schließlich für das resultierende Feld am Punkt P:

$$(12) \quad B_z = B = \frac{\mu_0}{2} IR^2 (R^2 + z^2)^{-\frac{3}{2}}$$

2.1.3 Homogenes Magnetfeld zwischen zwei HELMHOLTZ-Spulen

Wir wollen nun betrachten, wie das Magnetfeld zwischen zwei gleichen Spulen vom Radius R aussieht, die vom gleichen Strom I in *gleicher Richtung* durchflossen werden und im Abstand d voneinander aufgestellt sind (Abb. 4). Wir betrachten dazu das Magnetfeld im Mittelpunkt der Anordnung, für den wir $z = 0$ wählen. Insbesondere interessiert uns die Frage, ob es einen Abstand d gibt, bei dem das Magnetfeld in der Umgebung dieses Punktes *homogen* ist. Zur Untersuchung auf Homogenität betrachten wir die *Änderung* des Magnetfeldes B mit dem Ort z . Da diese Änderung durch die Ableitung von B nach z beschrieben wird, schreiben wir für das Feld *einer* Spule den allgemeinen Ansatz einer TAYLOR-Reihenentwicklung um den Punkt $z = 0$ hin:

$$(13) \quad B = B(0) + z \frac{\partial B}{\partial z} + \frac{z^2}{2!} \frac{\partial^2 B}{\partial z^2} + \dots$$

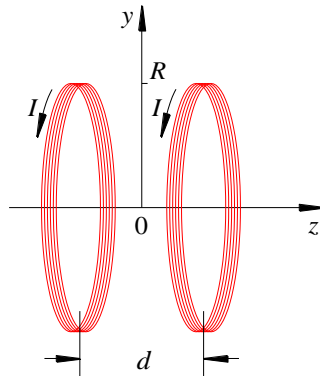


Abb. 4: Zur Anordnung von HELMHOLTZ-Spulen.

Das resultierende Feld *beider* Spulen ergibt sich dann aus der additiven Überlagerung zweier gemäß Gl. (13) zu berechnender Felder.

Betrachten wir zunächst alle *ungeraden Ableitungen*. Am Beispiel der ersten Ableitung machen wir uns klar, dass sie bei der *Addition* beider Felder aus Symmetriegründen verschwinden müssen: denn jeder Änderung von B in $\pm z$ -Richtung durch *eine* Spule steht eine gleich große, aber entgegengesetzt gerichtete Änderung durch die andere Spule gegenüber.

Für die Forderung nach Homogenität des Magnetfeldes reicht es daher zu verlangen, dass alle *geraden Ableitungen* verschwinden. Wir definieren das Feld dann als homogen, wenn die 2. Ableitung verschwindet, wenn also gilt:

$$(14) \quad \frac{\partial^2 B}{\partial z^2} = 0$$

Setzen wir Gl. (12) in Gl. (14) ein, so finden wir die Position $z = z_0$ für *eine* Spule, bei der Gl. (14) erfüllt ist:

$$(15) \quad z_0 = \frac{R}{2}$$

Bringen wir demnach *zwei* Spulen mit je n Windungen an die Positionen $z = +R/2$ und $z = -R/2$, also im Abstand $d = 2z_0 = R$ voneinander an, so erhalten wir in der Umgebung des Mittelpunktes der Anordnung ein homogenes Magnetfeld, das wir durch Einsetzen von Gl. (15) in Gl. (12) und Multiplikation mit $2n$ (2 Spulen mit je n Windungen) berechnen können:

$$(16) \quad B_z = \mu_0 \frac{nI}{R} \left(\frac{4}{5} \right)^{\frac{3}{2}}$$

Zwei derart angeordnete Spulen heißen HELMHOLTZ-Spulen.

2.1.4 Magnetfeld zwischen zwei Anti-HELMHOLTZ-Spulen

Werden die beiden Spulen einer HELMHOLTZ-Anordnung in gegensinniger Richtung von Strom durchflossen (Anti-HELMHOLTZ-Spulen oder MAXWELL-Spulen), so ergibt sich ein Magnetfeld, das in der Umgebung von $z = 0$ einen konstanten Feldgradienten hat: die Feldstärke ändert sich linear in z -Richtung; sie ist 0 für $z = 0$. Magnetfelder mit konstantem Gradienten werden z. B. in magneto-optischen Fallen zur Kühlung und Speicherung von Atomen eingesetzt.

2.2 Drehmoment im Magnetfeld

Wir betrachten eine Magnetnadel, die sich unter dem Winkel θ in einem Magnetfeld \mathbf{B} befindet (Abb. 5). Auf die Nadel wirkt das Drehmoment \mathbf{T} , über das das magnetische Moment \mathbf{M} der Nadel definiert ist:

$$(17) \quad \mathbf{T} = \mathbf{M} \times \mathbf{B}$$

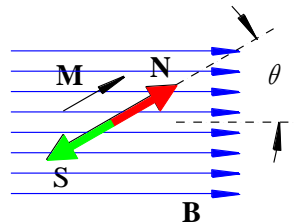


Abb. 5: Magnetnadel mit magnetischem Moment \mathbf{M} im Magnetfeld \mathbf{B} (N: Nordpol, S: Südpol).

Für den Betrag T des Drehmoments gilt:

$$(18) \quad T = MB \sin \theta$$

Frage 1:

- Welche Einheit hat das magnetische Moment M ? (Herleitung aus Gl. (18).)

Den Zusammenhang aus Gl. (17) können wir ausnutzen, um ein Messgerät für die magnetische Flussdichte \mathbf{B} aufzubauen. Dazu bringen wir eine reibungsarm aufgehängte Magnetnadel in das zu vermessende Magnetfeld. Aus der Gleichgewichtslage der Nadel können wir die Richtung von \mathbf{B} ablesen. Zur Messung des Betrages von \mathbf{B} lenken wir die Nadel um einen *kleinen* Winkel θ gegenüber ihrer Gleichgewichtslage aus. Lassen wir die Nadel anschließend los, so führt sie infolge des rücktreibenden Drehmomentes \mathbf{T} eine harmonische Schwingung um ihre Gleichgewichtslage aus. Ist J das *Trägheitsmoment* der Nadel, so gilt bei Vernachlässigung der Reibung für diese Schwingungsbewegung die bekannte Bewegungsgleichung (Differentialgleichung)⁵:

$$(19) \quad J \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -T$$

Setzen wir Gl. (18) in Gl. (19) ein, so erhalten wir für kleine Winkel θ .

$$(20) \quad J \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -MB \sin \theta \approx -MB \theta$$

Diese Differentialgleichung wird bekanntlich durch die Funktion

⁵ Analog zum HOOKEschen Gesetz $m \frac{d^2 x}{dt^2} = -F_r [= -D x]$, mit dem die ungedämpfte harmonische Schwingung einer Masse m an einer Feder beschrieben wird (F_r : rücktreibende Kraft, D : Federkonstante, x : Schwingungsrichtung).

$$(21) \quad \theta = \theta_0 \cdot e^{i\omega t}$$

gelöst, die eine Schwingung mit der Amplitude θ_0 und der Kreisfrequenz

$$(22) \quad \omega = \sqrt{\frac{MB}{J}}$$

ω darstellt⁶. Für die Periodendauer τ der Schwingung ergibt sich dann:

$$(23) \quad \tau = 2\pi \sqrt{\frac{J}{MB}}$$

Sind demnach J und M bekannt (z. B. aus Vorversuchen in bekannten Magnetfeldern), so lässt sich aus der Messung der Periodendauer τ gem. Gl. (23) die magnetische Flussdichte B bestimmen.

2.3 Messung von Magnetfeldern mit Induktionsspulen

Neben der in Kap. 2.2 beschriebenen Möglichkeit, aus der Kraftwirkung von Magnetfeldern auf Magneten die magnetische Flussdichte zu bestimmen, gibt es weitaus praktikablere elektrische Messverfahren, von denen wir die Induktionsmethode beschreiben wollen.

Wir betrachten gem. Abb. 6 eine Spule mit der Querschnittsfläche A , die sich in einem Feld \mathbf{B} befindet. Der *magnetische Fluss* ϕ durch die Fläche A ist per Definition:

$$(24) \quad \phi = \int_A \mathbf{B} d\mathbf{A}$$

Ist das Feld \mathbf{B} über die Fläche A homogen, so vereinfacht sich Gl. (24) zu:

$$(25) \quad \phi = BA \cos(\angle(\mathbf{B}, \mathbf{A}))$$

Bekanntlich führt eine zeitliche Änderung des magnetischen Flusses durch die Spule dazu, dass in der Spule eine Induktionsspannung U erzeugt wird. Hat die Spule n Windungen, so gilt:

$$(26) \quad U(t) = -n \frac{d\phi}{dt}$$

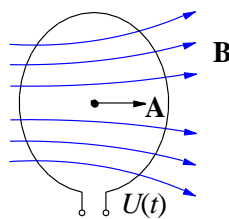


Abb. 6: Zur Definition des magnetischen Flusses.

Die Änderung des magnetischen Flusses ϕ kann verschiedene Ursachen haben. Zum einen kann sich die magnetische Flussdichte selbst mit der Zeit ändern, z. B. periodisch mit der Kreisfrequenz ω_b und der Amplitude B_0 :

$$(27) \quad B = B_0 \cos \omega_b t$$

In diesem Fall gilt unter der Voraussetzung $\angle(\mathbf{B}, \mathbf{A}) = 0^\circ$ und damit $\cos(\angle(\mathbf{B}, \mathbf{A})) = 1$ für den magnetischen Fluss nach Gl. (25):

⁶ Analog zu $\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$ bei einer ungedämpften mechanischen Schwingung, vgl. Fußnote 5.

$$(28) \quad \phi = B_0 A \cos \omega_b t$$

und damit für die Induktionsspannung nach Gl. (26):

$$(29) \quad U(t) = n \omega_b A B_0 \sin \omega_b t = U_0 \sin \omega_b t$$

mit

$$(30) \quad U_0 = n \omega_b A B_0$$

Gl. (30) bietet somit die Gelegenheit, mithilfe der Messung von U_0 und ω_b bei bekanntem n und A die Amplitude B_0 der magnetischen Flussdichte zu bestimmen.

Eine Änderung des magnetischen Flusses kann aber z. B. auch dadurch verursacht werden, dass eine Induktionsspule in einem *stationären* (also zeitlich konstanten) Magnetfeld B mit der Kreisfrequenz ω_s gedreht wird. In diesem Fall gilt für den magnetischen Fluss gem. Gl. (25):

$$(31) \quad \phi = B A \cos \omega_s t$$

und für die Induktionsspannung gem. Gl. (26):

$$(32) \quad U(t) = n \omega_s B A \sin \omega_s t = U_0 \sin \omega_s t$$

mit

$$(33) \quad U_0 = n \omega_s B A$$

Mit Hilfe von Gl. (33) lässt sich demnach durch Messung von U_0 und ω_s bei bekanntem n und A die Stärke B des stationären Magnetfelds bestimmen.

3 Versuchsdurchführung

Zubehör:

HELMHOLTZ-Spulen ($n = 100$, $R = (75 \pm 2)$ mm) in Halterung, Netzgerät (PHYWE (0 – 30) V / 2 A), Induktionsspule ($n = 1500$) an PVC-Stab, Halterung für Induktionsspule auf Dreieckschiene, Magnetonadel auf Nadelspitze, Induktionsspulen ($n = 2.000$, 5.000 und 8.000) mit Antriebsmotor und Netzgerät (PHYWE (0 – 15) V / 5 A), Hufeisenmagnet, Digital-Speicheroszilloskop TEKTRONIX TDS 1012 / 1012B / 2012C / TBS 1102B / TBS 1102B-EDU, Operationsverstärker auf Steckplatine mit Bestückungszubehör und Netzgerät (PHYWE (0 – 15 / 30) V), Leistungstransistor BD 139 mit 100Ω Basis-Vorwiderstand auf Kühlblech, Funktionsgenerator (TOELLNER 7401), Stoppuhr, Amperemeter, Messschieber.

3.1 Homogenes Magnetfeld in HELMHOLTZ-Spulen

In diesem Versuchsteil soll der räumliche Verlauf und die Homogenität des Magnetfeldes zwischen zwei HELMHOLTZ-Spulen vermessen werden, die in gleicher Richtung vom Strom I durchflossen werden. Die Messung des Magnetfeldes erfolgt mit einer Induktionsspule mit $n = 1500$ Windungen. Die Spule befindet sich an einem PVC-Stab und kann mit Hilfe einer auf einer Dreieckschiene montierten Halterung in z - und x -Richtung verschoben werden (Abb. 7). Um in der Induktionsspule eine Spannung zu induzieren, wird bei diesem Versuch gem. Gl. (27) mit einem magnetischen Wechselfeld gearbeitet, das durch Anlegen eines Wechselstroms an die HELMHOLTZ-Spulen erzeugt wird.

Da der Strom, der durch die Spulen fließt, bis zu 1 A beträgt, können die Spulen nicht direkt an einen Funktionsgenerator angeschlossen werden, der bei solchen Strömen überlastet wäre. Es muss daher zunächst eine einfache *Stromverstärkungsschaltung* gem. Abb. 8 mit Hilfe eines OPs und eines Leistungstransistors (Typ BD139) aufgebaut werden. Der Transistor ist auf einem Kühlblech montiert und mit dem 100Ω -Vorwiderstand für die Basis ausgestattet.

Die Spulen können prinzipiell parallel oder hintereinandergeschaltet werden. Machen Sie sich bitte klar, was das jeweils für Konsequenzen für den Wert des gemessenen durchfließenden Stromes hat.

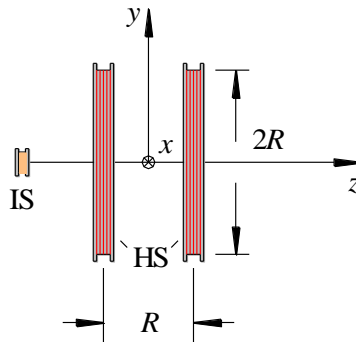


Abb. 7: Anordnung zur Messung des Magnetfeldes von HELMHOLTZ-Spulen (HS) mit einer Induktionsspule (IS).

Der Funktionsgenerator FG liefert eine sinusförmige Wechselspannung U_{FG} mit einer Frequenz von ca. 200 Hz und einer Amplitude von ca. 1 V. Mithilfe des DC-Offsets am Funktionsgenerator wird der *Arbeitspunkt* des Transistors so eingestellt, dass an den HELMHOLTZ-Spulen eine möglichst unverzerrte sinusförmige Wechselspannung anliegt (überprüfen mit dem Oszilloskop) und der am Netzgerät angezeigte Strom durch die Spulen im Bereich 0,5 A liegt⁷.

Anschließend wird mit dem Oszilloskop die Amplitude der in der Induktionsspule induzierten Spannung (Größenordnung einige 10 mV) gemessen. Dabei wird die Position der Induktionsspule in 5 mm-Schritten in folgenden Bereichen variiert (s. Abb. 7):

- a) $-R \leq z \leq R$ ($y = 0, \quad x = 0$)
 b) $0 \leq x \leq 1,5 R$ ($z = 0, \quad y = 0$)

Bei der Messung in Richtung der x-Achse muss das Vorzeichen (und vor allem ein Vorzeichenwechsel) der induzierten Spannung beachtet werden, das sich aus dem Vergleich ihrer Phasenlage mit der der Spannung an den HELMHOLTZ-Spulen ergibt. Mit Hilfe von Gl. (30) wird die jeweilige Amplitude B_0 der magnetischen Feldstärke berechnet. Dazu müssen der Innen- und Außendurchmesser der Induktionsspule zur Bestimmung ihrer mittleren Querschnittsfläche A berücksichtigt werden; ω_b wird am Oszilloskop abgelesen. Schließlich wird B_0 mit Fehlerbalken über der normierten Ortskoordinate x/R bzw. z/R aufgetragen.⁸

Frage 2:

- Wie würden Sie die mittlere Querschnittsfläche berechnen? Leiten Sie die entsprechende Formel her.

Hinweis:

Das Digital-Speicheroszilloskop erzeugt ein eigenes Magnetfeld, das die Messung mit der Induktionsspule empfindlich stören kann. Deshalb muss zwischen Spule und Oszilloskop ein möglichst großer Abstand von ca. (1 – 2) m eingehalten werden!

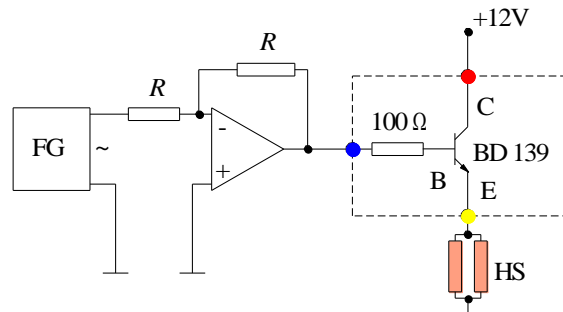


Abb. 8: Schaltung zur Erzeugung eines magnetischen Wechselfeldes in einer Anordnung von HELMHOLTZ-Spulen (HS) ($R \approx 620 \Omega$, Betriebsspannung des OPs nicht mitgezeichnet). Die farbigen Punkte markieren die Anschlussbuchsen des Leistungstransistors BD 139. Die beiden Spulen sind hier parallel geschaltet angeordnet.

⁷ Die Spulen werden von einem Wechselstrom durchflossen. Die Anzeige des Netzgerätes zeigt wegen ihrer Trägheit einen mittleren Wert an, der hier als Orientierungswert gilt.

⁸ B_0 ist die Amplitude der Komponente von \mathbf{B} , die parallel zu \mathbf{A} steht, s. Gl. (25). Mit der Induktionsspule wird ein Mittelwert von B_0 über die Querschnittsfläche der Spule gemessen.

3.2 Linear variierendes Magnetfeld in Anti-HELMHOLTZ-Spulen

In diesem Versuchsteil⁹ soll mit der in Kap. 3.1 beschriebenen Methode untersucht werden, in welchem z -Bereich die Feldstärke in einer Anti-HELMHOLTZ-Spulen-Anordnung linear verläuft. Da die erwarteten Induktionsspannungen insbesondere in der Umgebung von $z = 0$ klein sind, wird die Frequenz der Wechselspannung U_{FG} des Funktionsgenerators auf 1 kHz und ihre Amplitude auf 2 V erhöht. Außerdem wird am Oszilloskop der Modus ERFASSUNG \rightarrow MITTELWERT eingestellt, um das Rauschen im Signal durch Mittelwertbildung zu verringern (Mittelung über 16 Zeitintervalle). Im Bereich

$$-50 \text{ mm} \leq z \leq 50 \text{ mm} \quad (y = 0, \quad x = 0)$$

wird die Position der Induktionsspule in 5 mm-Schritten variiert und jeweils die Induktionsspannung U gemessen. Aus U wird B_0 berechnet und über z/R aufgetragen. Das Vorzeichen von B_0 wird aus dem Vergleich der Phasenlage zwischen U und U_{FG} bestimmt.

Frage 3:

- In welchem z -Bereich ist der Feldgradient annähernd konstant?

3.3 Messung der Horizontalkomponente des örtlichen Magnetfeldes

Mithilfe der unter 2.2 beschriebenen Methode soll die Horizontalkomponente B_h des am Labor-Arbeitsplatz herrschenden Magnetfeldes gemessen werden¹⁰. Dabei ist ein neuer Versuchsaufbau notwendig. Mithilfe einer Magnetnadel, die in die Mitte zwischen zwei HELMHOLTZ-Spulen gestellt wird, wird zunächst die Richtung dieser Horizontalkomponente bestimmt (die HELMHOLTZ-Spulen sind dabei stromlos). Die Spulen werden danach so ausgerichtet, dass die z -Achse in Richtung der Magnetnadel verläuft. Anschließend wird ein Gleichstrom I aus einem Netzgerät an die HELMHOLTZ-Spulen angelegt, wodurch ein stationäres Magnetfeld $B_s(I)$ in z -Richtung erzeugt wird, dessen Stärke und Vorzeichen vom Betrag und der Richtung von I abhängt. Das resultierende Horizontal-Feld B_r am Ort der Magnetnadel beträgt damit:

$$(34) \quad B_r = B_h + B_s(I)$$

Es gibt demnach einen Strom I_0 , bei dem B_r verschwindet, wenn nämlich gilt:

$$(35) \quad B_h = -B_s(I = I_0)$$

Den Strom $I = I_0$ findet man auf folgende Weise: Der Gleichstrom I durch die HELMHOLTZ-Spulen wird in 0,1 A-Schritten im Bereich $0,1 \text{ A} \leq I \leq 0,6 \text{ A}$ variiert. Für jede eingestellte Stromstärke (Messung mit Amperemeter) wird die Magnetnadel um einen kleinen Winkel θ aus der Ruhelage ausgelenkt. Nach dem Loslassen führt die Nadel eine periodische Schwingung aus, deren Periodendauer τ mit der Stoppuhr gemessen wird (Mittelwert über 10 Perioden). Diese Messung wird für jede Stromstärke viermal durchgeführt. Aus den vier Messwerten für τ werden der Mittelwert $\bar{\tau}$ und die Standardabweichung der Einzelmessung σ_τ bestimmt.

Gem. Gl. (23) ist $\bar{\tau}^2 \sim B^{-1} \sim I^{-1}$. Trägt man demnach $\bar{\tau}^{-2}$ (mit Fehlerbalken) über I auf, ergibt sich ein linearer Zusammenhang zwischen beiden Größen. Mithilfe einer linearen Regression lässt sich somit die Stromstärke I_0 ermitteln, bei der $\bar{\tau}^{-2} \rightarrow 0$, also $\bar{\tau} \rightarrow \infty$ und damit $B_r \rightarrow 0$ geht.

Aus dem Wert für I_0 wird mit Gl. (16) das gesuchte stationäre Magnetfeld $B_s = -B_h$ berechnet (R siehe Versuchszubehörliste). Dabei ist zu beachten, dass der gemessene Strom sich zu gleichen Teilen auf beide HELMHOLTZ-Spulen aufteilt (Knotenregel), wenn die beiden Spulen parallel angeschlossen werden. Werden die beiden Spulen hintereinandergeschaltet, fließt der gemessene Strom durch beide Spulen.

⁹ Bitte auf die Verkabelung der Spulen achten, da der Stromverlauf hier gegenläufig erfolgt zur Helmholtz-Spulen-Anordnung.

¹⁰ Für diese Messung müssen elektrische Geräte ca. (0,5 – 1) m vom Ort der Messung entfernt sein, damit die von ihnen erzeugten Magnetfelder das Messergebnis nicht nennenswert beeinflussen.

3.4 Messung eines stationären Magnetfeldes mit Induktionsspulen

Das stationäre Magnetfeld eines Hufeisenmagneten zwischen seinen beiden Polen soll mit Induktionsspulen gemessen werden (Abb. 9). Die Induktionsspulen ($n = 2000, 5000, 8000$) werden jeweils auf der Achse eines Motors befestigt, die mit einer Frequenz von ca. 50 Hz rotiert.¹¹ Die Anschlüsse der Induktionsspulen sind mit Hilfe von Schleifkontakten (Kohlebürsten) mit zwei feststehenden Anschlusskontakten elektrisch verbunden. Die Amplitude U_0 der an diesen Kontakten abgreifbaren Induktionsspannung sowie die Rotationsfrequenz f_s werden mit dem Oszilloskop gemessen (U_0 liegt im Bereich einiger V).

Aus diesen Messdaten und den geometrischen Daten der Spulen wird anschließend für jede Spule das Magnetfeld B berechnet. Dabei wird für A jeweils die mittlere Querschnittsfläche einer Spulenwindung eingesetzt und vorausgesetzt, dass \mathbf{B} über diese Fläche homogen ist. Zur Ermittlung der Fläche A muss der Außendurchmesser des leeren (d_l) und des umwickelten (d_w) Spulenkörpers bekannt sein. Die Werte für d_l und d_w werden bei Versuchsdurchführung bekannt gegeben.

Die für die unterschiedlichen Induktionsspulen ermittelten Werte für B werden voneinander abweichen. Die Abweichungen lassen sich aus der Geometrie der Spulen erklären. Zum einen liefert die Rechnung mit einer mittleren Querschnittsfläche nur eine Näherungslösung für B , zum anderen sind die Spulen herstellungsbedingt nicht gleichmäßig gewickelt. Bei genauem Hinsehen wird man feststellen, dass sich in der Spulenmitte mehr Windungen befinden als an den Rändern. Die einzelnen Windungen liefern deshalb einen unterschiedlichen Beitrag zum resultierenden Magnetfeld.

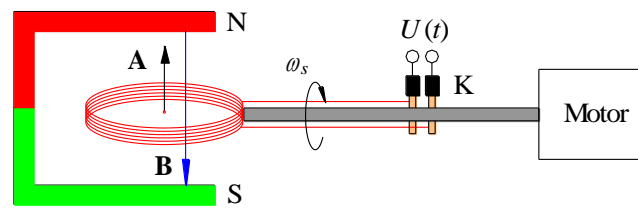


Abb. 9: Messung eines stationären Magnetfeldes B in einem Hufeisenmagneten mit einer rotierenden Induktionsspule der Querschnittsfläche A . Die Induktionsspannung $U(t)$ wird über Schleifkontakte (Kohlebürsten) K abgenommen.

¹¹ Die Drehzahlregelung des Motors erfolgt über seine Betriebsspannung, die einem Gleichspannungsnetzgerät entnommen wird. Die Strombegrenzung am Netzgerät wird auf 5 A eingestellt.