

Übungsaufgaben zu MATLAB

1 Beugungsbild von Spalt und Loch

Ein Spalt der Breite $D = 2 \times 10^{-4}$ m und ein kreisförmiges Loch mit gleichem Durchmesser D werden mit monochromatischem Licht der Wellenlänge $\lambda = 633$ nm beleuchtet. Das von diesen Strukturen unter dem Winkel θ gebeugte Licht trifft auf eine Linse mit der Brennweite $f = 200$ mm. In der Brennebene der Linse wird die Lichtintensität I längs einer Koordinate u gemessen, die senkrecht zur optischen Achse verläuft und für die gilt:

$$u = f \tan \theta$$

Mit den Größen

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad q = k \frac{D}{2} \sin \theta$$

lässt sich der Verlauf der Intensität in den Beugungsbildern senkrecht zur optischen Achse als Funktion des Parameters q schreiben als:

$$(1) \quad I_S(q) = I_0 \left(\frac{\sin q}{q} \right)^2 \qquad \text{für den Spalt}$$

und

$$(2) \quad I_L(q) = I_0 \left(\frac{2 J_1(q)}{q} \right)^2 \qquad \text{für das Loch,}$$

wobei I_0 die maximale Intensität im Zentrum des Beugungsbildes ist und J_1 die BESSEL-Funktion erster Ordnung und erster Art.

1. Stellen Sie $I_S(u)/I_0$ und $I_L(u)/I_0$ im Bereich $-1^\circ \leq \theta \leq 1^\circ$ in der oberen Hälfte einer MATLAB-Figure in *einem* Diagramm grafisch dar. Wählen Sie für die Ordinate den Wertebereich 0 - 1 und fügen Sie dem Diagramm ein Gitternetz hinzu.
2. Stellen Sie die gleichen Kurven ebenfalls mit Gitternetz in der unteren Hälfte der MATLAB-Figure ein zweites Mal wiederum in *einem* Diagramm dar und wählen Sie dort für die Ordinate den Wertebereich 0 - 0.1.
3. Zeichnen Sie die Kurven als durchgehende Linien. Wählen Sie für die Farben der Kurven blau (I_S) und rot (I_L).
4. Fügen Sie den Diagrammen eine Legende („Spalt“, „Loch“) hinzu.
5. Fügen Sie eine Beschriftung der Achsen hinzu. Physikalische Größen sollen kursiv, Einheiten nicht kursiv erscheinen.

Hinweise zur Lösung (Einzelheiten siehe „Help“-Funktion in MATLAB):

- a. Die BESSEL-Funktion erster Ordnung und erster Art für den Parameter q lautet in MATLAB-Notation `besselj(1, q)`.
- b. Mit `subplot` kann eine `figure` in mehrere Fenster unterteilt werden.

- c. Um mehrere Kurven in ein Diagramm zu zeichnen, wird `hold on ... hold off` verwendet.
- d. Der Wertebereich für die Achsen wird mit `axis` festgelegt. Mit `grid on ... grid off` kann ein Gitter ein- und ausgeschaltet werden.
- e. Linienart und Farbe einer Kurve werden im `plot`-Befehl mit den Angaben zur *LineStyle* (*Line Specification*) festgelegt. `plot(x,y,'-r')` zeichnet beispielsweise die Kurve $y(x)$ als durchgezogene Linie (-) in der Farbe rot (r).
- f. Mit `legend` wird einem Diagramm eine Legende hinzugefügt.
- g. Die Achsbeschriftung erfolgt mit `xlabel` bzw. `ylabel` unter Verwendung der TeX-Notation. Soll beispielsweise in der Beschriftung der Abszisse der Parameter u kursiv erscheinen, die Einheit Meter (m) jedoch gerade, also u / m , so schreibt man `xlabel('\it u / m')`. Dabei gibt `\it...` an, dass der hinter `\it` folgende Text innerhalb der geschweiften Klammern kursiv (engl. *italic*) erscheint. Um einen Index tief zu stellen, wie z.B. die 0 bei I_0 , wird dem Index das Unterstreichungszeichen `_` voran gestellt. Beispiel: `\it x _1` erzeugt die Ausgabe x_1 .

2 Nullstellen im Beugungsbild eines Loches

Bestimmen Sie numerisch die Lage sämtlicher Nullstellen der Intensität im Beugungsbild eines Loches für die unter Kap. 1 genannten Daten von D , λ und f im Bereich $0 \leq u \leq 3 \times 10^{-3} \text{m}$. Geben Sie für die Nullstellen die q -Werte und die u -Werte an, letztere in der Einheit mm.

Hinweise zur Lösung:

- a. Die Nullstellen von $I_L(q)$ sind gem. Gl. (2) die Nullstellen der Funktion $J_1(q)/q$.
- b. Benutzen Sie zur Suche der Nullstellen von $J_1(q)/q$ die MATLAB-Funktion `fzero`. Orientieren Sie sich in der MATLAB-Hilfe zu `fzero` an den dort gegebenen Beispielen. Entnehmen Sie die Schätzwerte für u , in deren Umgebungen die gesuchten Nullstellen liegen, Ihrem in Kap. 1 erstellten Diagramm.

3 Intensitätsverhältnisse in den Beugungsbildern von Spalt und Loch

Bestimmen Sie numerisch das Verhältnis der Intensität im Beugungsmaximum 0. Ordnung, I_0 , zur Intensität im Beugungsmaximum + 1. Ordnung, I_1 , im Beugungsbild eines Spaltes und eines Loches (Anordnung und Daten wie in Kap. 1). Dabei soll gewährleistet sein, dass die Lage der Maxima auf der u -Achse mit einer Genauigkeit von $\leq 1 \mu\text{m}$ bestimmt wird.

Hinweise zur Lösung:

- a. Bestimmen Sie mit Hilfe von `findpeaks` die Intensitäten der Beugungsmaxima innerhalb des u -Bereiches aus Kap. 2.