

Übungsaufgaben zu nichtlinearen Fits mit Origin

Aufgabe 1

Aus dem im Wintersemester durchgeführten Versuch zur erzwungenen mechanischen Schwingung an einem Masse-Feder-System ist die Gleichung der Amplitudenresonanzkurve bekannt. Sie lautet:

$$(1) \quad x_0(\omega_1) = \frac{\frac{F_1}{m}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_1^2)^2 + \left(\frac{\omega_1 b}{m}\right)^2}}$$

Dabei ist x_0 die Schwingungsamplitude, F_1 die anregende Kraft, m die Masse, ω_0 die Eigenkreisfrequenz, ω_1 die Anregungskreisfrequenz und b die Reibungskonstante. Zeigen Sie, dass man diese Gleichung auch in der Form

$$(2) \quad x_0(\omega_1) = \frac{x_{00} D}{m \sqrt{\left(\frac{D}{m} - \omega_1^2\right)^2 + \left(\frac{\omega_1 b}{m}\right)^2}}$$

schreiben kann, wobei x_{00} die Schwingungsamplitude für den Fall $\omega_1 \rightarrow 0$ und D die Federkonstante ist.

Für eine Feder mit $D = 22,7 \text{ kg/s}^2$ (D kann als fehlerfrei angenommen werden) wurden Messdaten für x_0 als Funktion der Anregungskreisfrequenz ω_1 gewonnen, die in der ASCII-Datei Amplitudenresonanzkurve.txt enthalten sind¹.

Die erste Spalte der Datei enthält die Werte für ω_1 ($[\omega_1] = \text{rad s}^{-1}$), die zweite Spalte die zugehörigen Werte für x_0 ($[x_0] = \text{m}$). Erzeugen Sie eine grafische Darstellung von x_0 über ω_1 . Berechnen und zeichnen Sie eine Fitkurve durch die Daten im Wertebereich $0 \text{ rad s}^{-1} \leq \omega_1 \leq 25 \text{ rad s}^{-1}$. Benutzen Sie dabei die Funktion aus Gl. (2) als Zielfunktion mit den drei Fitparametern x_{00} , b und m . Sinnvolle Startwerte für den Fit sind $x_{00} = 0,01 \text{ m}$, $b = 1 \text{ kg/s}$, $m = 0,1 \text{ kg}$.

Aufgabe 2

Die Gleichung der Phasenkurve $\phi(\omega_1)$ für das unter Aufgabe 1 beschriebene System ist gegeben durch:

$$(3) \quad \phi(\omega_1) = \arctan \left(\frac{\frac{D}{m} - \omega_1^2}{\frac{\omega_1 b}{m}} \right) - \frac{\pi}{2}$$

Für eine Feder mit $D = 22,7 \text{ kg/s}^2$ (D kann als fehlerfrei angenommen werden) wurden Messdaten für die Phasenwerte ϕ als Funktion der Anregungskreisfrequenz ω_1 gewonnen, die in der ASCII-Datei Phasen-

¹ Die Datei ist zu finden unter

<http://physikpraktika.uni-oldenburg.de/download/GPR/Daten/Amplitudenresonanzkurve.txt>

kurve.txt enthalten sind ². Die erste Spalte der Datei enthält die Werte für ω_1 ($[\omega_1] = \text{rad s}^{-1}$), die zweite Spalte die zugehörigen Werte für ϕ ($[\phi] = \text{rad}$). Erzeugen Sie eine grafische Darstellung von ϕ über ω_1 . Berechnen und zeichnen Sie eine Fitkurve durch die Daten im Wertebereich $0 \text{ rad s}^{-1} \leq \omega_1 \leq 20 \text{ rad s}^{-1}$. Benutzen Sie dabei die Funktion aus Gl. (3) als Zielfunktion mit den zwei Fitparametern b und m . Sinnvolle Startwerte für den Fit sind $b = 1 \text{ kg/s}$, $m = 0,1 \text{ kg}$.

Aufgabe 3

Die Brechzahl n von Wasser hängt von der Wellenlänge λ des Lichtes und der Temperatur T des Wassers ab. Im „CRC Handbook of Chemistry and Physics“ sind tabellierte Daten zu finden (siehe Tab. 1). Erzeugen Sie eine grafische Darstellung der tabellierten Daten $n(T)$ für $\lambda = 589 \text{ nm}$ und $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ im Bereich $0^\circ\text{C} \leq T \leq 100^\circ\text{C}$ in *einem* Diagramm. Berechnen Sie für beide Wellenlängen jeweils ein Ausgleichspolynom 4. Ordnung durch die Daten, geben Sie die Polynomparameter in passenden Einheiten an und zeichnen Sie die Polynomverläufe zusätzlich zu den tabellierten Daten in das Diagramm ein.

Tab.1 : Brechungsindex für Wasser als Funktion von Temperatur und Wellenlänge³

T/°C	226.50nm	361.05nm	404.41nm	589.00nm	632.80nm	1.01398μm
0	1.39450	1.34896	1.34415	1.33432	1.33306	1.32612
10	1.39422	1.34870	1.34389	1.33408	1.33282	1.32591
20	1.39336	1.34795	1.34315	1.33336	1.33211	1.32524
30	1.39208	1.34682	1.34205	1.33230	1.33105	1.32424
40	1.39046	1.34540	1.34065	1.33095	1.32972	1.32296
50	1.38854	1.34373	1.33901	1.32937	1.32814	1.32145
60	1.38636	1.34184	1.33714	1.32757	1.32636	1.31974
70	1.38395	1.33974	1.33508	1.32559	1.32438	1.31784
80	1.38132	1.33746	1.33284	1.32342	1.32223	1.31576
90	1.37849	1.33501	1.33042	1.32109	1.31991	1.31353
100	1.37547	1.33239	1.32784	1.31861	1.31744	1.31114

² Die Datei ist zu finden unter

<http://physikpraktika.uni-oldenburg.de/download/GPR/Daten/Phasenkurve.txt>

³ Daten kopiert aus CD-ROM-Version des „CRC Handbook of Chemistry and Physics“ (2006), Section 10, dort „Index of Refraction of Water“