

Zykloidenpendel

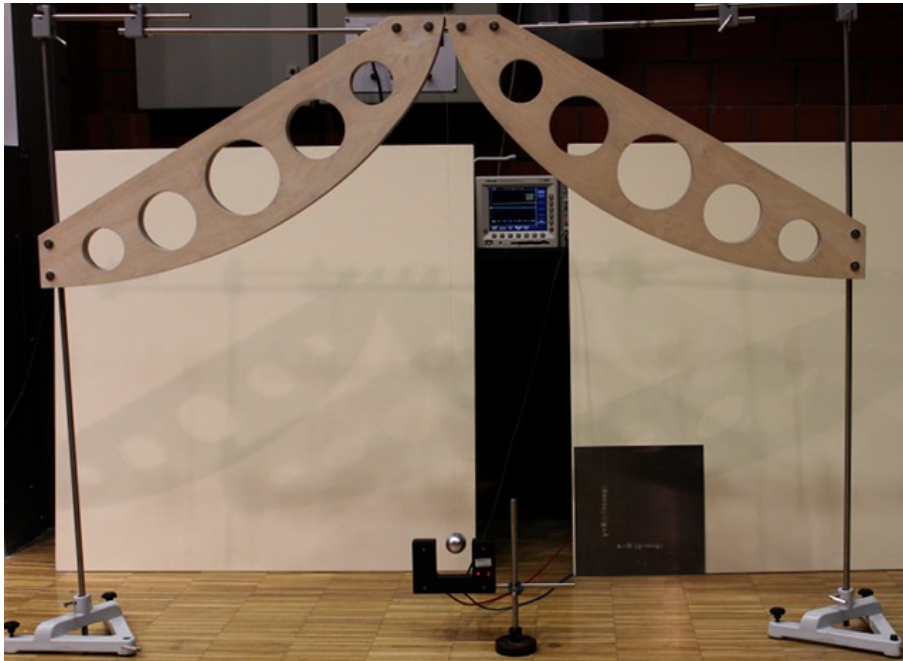


Abb. 1: Versuchsaufbau

Geräteliste:

Zykloidenprofil mit Stativen aufgeständert, Lichtschranke, Oszilloskop, Pendel der (effektiven) Länge 1 m

Versuchsbeschreibung:

Das Pendel wird senkrecht zum Profil unterschiedlich weit ausgelenkt und die Periodendauer gemessen. Die Zyklusmessung des Oszilloskops zeigt Werte, die im Prozentbereich von der Auslenkung abhängen. Bei größeren Auslenkungen vergrößert sich die Periodendauer um einige Millisekunden. Danach wird das Pendel an das Profil geschmiegt und verschieden stark ausgelenkt. Die Periodendauer ist jetzt unabhängig von der gewählten „Amplitude“. Intuitiv ist leicht zu sehen dass mit größerem Ausschlag hier die Pendellänge abnimmt, die Frage nach der (Form) Funktion des Profils ist allerdings ein interessantes Problem z.B. in der Theoretischen Physik.

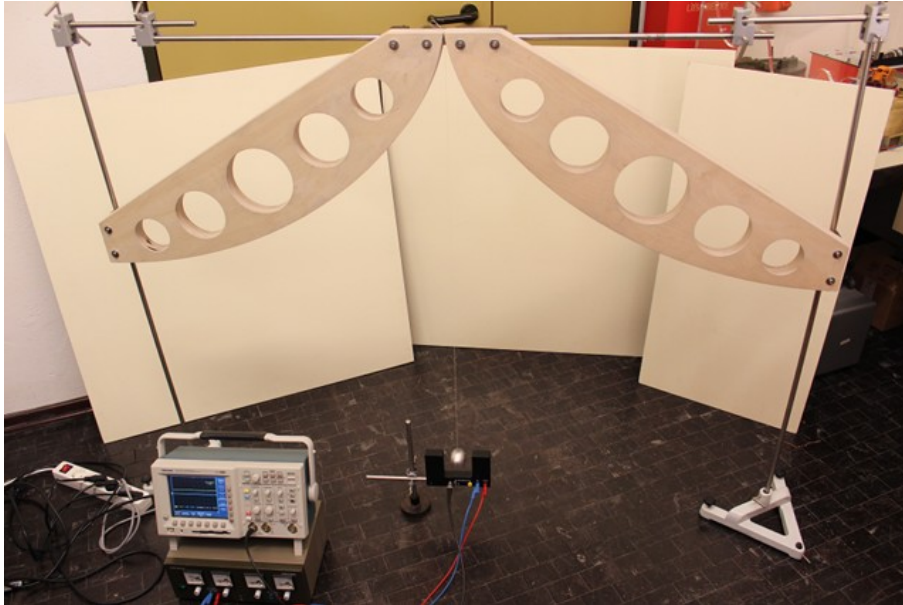


Abb. 2: Zeitmessung bei Auslenkung senkrecht zum Profil.

Bemerkungen:

Die Genauigkeit der Messung hängt auch von der Justage des Pendels / der beiden Profile ab. Bei Aufbau nach „Augenmaß“ lässt sich aber der Effekt auf die Periodendauer reproduzierbar vorführen.

Zum Lösen der Differentialgleichung für das einfache (mathematische) Fadenpendel

$$\ddot{\varphi} = \frac{g}{L} \sin(\varphi)$$

wird die Sinusfunktion durch Weglassen höherer Ordnungen ihrer Taylorreihe angenähert. Dabei wird in den meisten Lehrbüchern angenommen, dass diese Lösung für kleine Amplituden die Situation adäquat beschreibt.

Die Entwicklung dieser Reihe für den Sinus an der Stelle $x = 0$ lautet

$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} .$$

In Zahlen seien hier für 2 „große“ Winkel die Fehler bei der Winkelangabe durch die Näherung in Prozent angegeben:

$$10^\circ = 0,17453 \text{ rad} \Rightarrow \text{Fehler etwa } 0,5\%$$

$$20^\circ = 0,3490 \text{ rad} \Rightarrow \text{Fehler etwa } 2\%$$

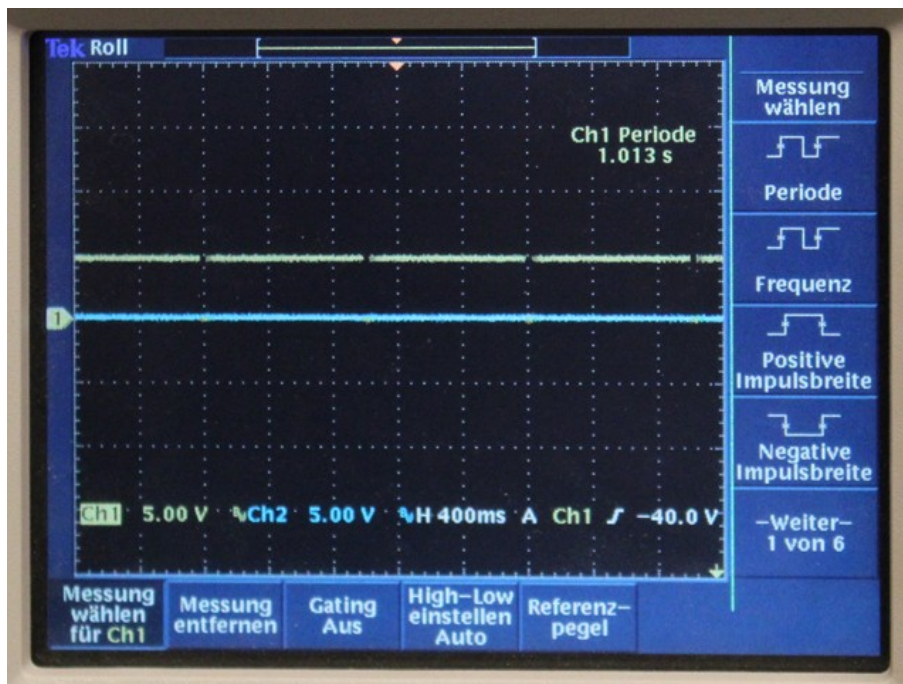


Abb. 3: Anzeige bei Messung mit einer Lichtschranke. Die gemessene Zeit ist die halbe Periodendauer hier für ein frei schwingendes Pendel.

Um die Periodendauer unabhängig von der Auslenkung zu machen muss die Pendellänge mit steigendem Winkel verkürzt werden, die Funktion nach der dies geschieht ist eine Zykloide, eine Trajektorie die z.B. ein festgeklebter Kaugummi auf der Oberfläche eines abrollenden Reifens beschreibt. Diese Funktion hat verschiedene verblüffende Eigenschaften. Eine Kugel, die reibungsfrei eine Zykloidenbahn herunterrollt, kommt immer zur gleichen Zeit am Ende der Kurve an, unabhängig von ihrem Startpunkt. Eine Zykloide ist der zeitlich kürzeste Weg für eine Kugel die von A nach B rollen soll. Es kursiert auch der Beinamen „Helena der Geometer“.

<http://public.tfh-berlin.de/~schwenk/Lehrgebiete/heuer/Welcome.html>

Der Versuchsaufbau ist in seinen Abmessungen relativ groß. Eine Präsentation unter Einsatz einer Kamera empfiehlt sich.