

Berufsbegleitender Masterstudiengang

Risikomanagement für Finanzdienstleister (M.Sc.)



Dr. Daniel Dubischar

Quantitatives Risikomanagement

Impressum

Autor: Dr. Daniel Dubischar

Herausgeber: Carl von Ossietzky Universität Oldenburg - Center für lebenslanges Lernen C3L

Redaktion: Karen Vogelpohl

Layout: Andreas Altvater, Franziska Buß-Vondrlik

Auflage: 1. Auflage, 2019

Copyright: Vervielfachung oder Nachdruck auch auszugsweise zum Zwecke einer Veröffentlichung durch Dritte nur mit Zustimmung der Herausgeber, 2019

Oldenburg, April 2019

Dr. Daniel Dubischar
Aktuar DAV, CERA



Arbeitsschwerpunkte

Freier Berater, vorrangig in den Bereichen

- Enterprise Risk Management, qualitative wie quantitative Elemente des Risikomanagements
- Financial and actuarial modeling,
- (Re)Insurance Pricing, Valuation, M&A,
- Project and people management, coaching, troubleshooting

Werdegang

Diplomstudium der Mathematik in Tübingen, Pisa und Bremen, mit Promotion (2000) im Bereich der zufälligen dynamischen Systeme. Spätere Ausbildung zum Aktuar DAV und CERA (Certified Enterprise Risk Actuary).

- Von 1999 bis 2005 bei der Hannover Rück als Aktuar im Bereich der Lebensrückversicherung angestellt, in Hannover (Deutschland) und Paris (Frankreich).
- Von 2005 bis 2011 bei der PartnerRe in Zürich (Schweiz), zunächst als Head of Life Pricing und dann als Group Actuary Life, verantwortlich für Reserven, actuarielle Standards, Risikotheorien und Kapitalallokation.
- 2011 bis 2016 bei der SCOR in Zürich, als Head of Group Financial Modeling and Risk Analysis verantwortlich für das interne Modell und die quantitative Risikoanalyse und die erfolgreiche Solvency II Model (Pre)Application, ab 2014 Senior Advisor to the Group CRO, für strategische Fragestellungen und beispielsweise das Economic Value Framework.
- Seit 2017 freier Berater

Projekte

Seit 2016 Lehrbeauftragter im Fachbereich Mathematik in Oldenburg mit Vorlesungen im Bereich des Quantitativen Risikomanagements, der Risikotheorie und Finanzrisikomodellierung.

Seit 2018 Vorsitzender des gemeinnützigen Vereins „Mathematik in Bremen! e.V.“ zur Mathematik-Talentförderung im Land Bremen.

INHALTSVERZEICHNIS

EINLEITUNG	6
1 RISIKODEFINITION UND RISIKOMASSE	11
1.1 Risikodefinition	11
1.2 Arten von Risikomaßen	13
1.2.1 Faktorbasiert.....	13
1.2.2 Verteilungsbasiert	14
1.2.3 Szenariobasiert	15
1.3 Definition des Risikomaßes	16
1.4 Beispiele für Risikomaße	18
1.4.1 Value-at-Risk	22
1.4.2 Tailvalue-at-Risk	24
1.4.3 Expected Shortfall.....	25
1.4.4 Am Erwartungswert zentrierte Versionen	27
1.5 Analytische Darstellungen	28
1.5.1 VaR und ES für die Normalverteilung.....	29
1.5.2 VaR und ES für die Lognormalverteilung	30
1.6 Weiterführende Bemerkungen	31
2 ABHÄNGIGKEIT UND DIVERSIFIKATION	33
2.1 Formen der Abhängigkeit.....	33
2.2 Maße für Abhängigkeit.....	35
2.2.1 Kovarianz und Korrelation	35
2.2.2 Rangkorrelationen.....	36
2.2.2.1 Spearman's Rho	36
2.2.2.2 Kendall's Tau	40
2.2.3 Exkursion: Tail dependencies.....	42
2.3 Diversifikation	43
2.4 Textauszüge zu Diversifikation	44
2.5 Weiterführende Bemerkungen	46
3 COPULAS	48
3.1 Definition und Satz von Sklar	48
3.2 Fundamentale Copulas.....	51
3.2.1 Unabhängigkeitscopula („Independence Copula“)	51
3.2.2 Obere Fréchet-Höfding Schranke	51
3.2.3 Untere Fréchet-Höfding Schranke	51

3.3	Implizite Copulas	52
3.3.1	Gaußsche Copula	52
3.3.2	t-Copula	53
3.4	Archimedische Copulas	54
3.4.1	Gumbel-Copula.....	55
3.4.2	Clayton-Copula	55
3.4.3	Frank Copula.....	56
3.5	Weiterführende Bemerkungen	57
3.5.1	Höhere Dimensionen	57
4	MONTE CARLO METHODEN FÜR RISIKOMASSE UND ABHÄNGIGKEITEN.....	60
4.1	Simulation von Zufallszahlen mit vorgegebener Verteilung	61
4.2	Value-at-Risk und Expected Shortfall	64
4.2.1	Risikomaß Value-at-Risk.....	65
4.2.2	Risikomaß Expected Shortfall	67
4.3	Monte Carlo Simulation und Copulas	68
4.3.1	Generelle Konstruktion.....	69
4.3.2	Für archimedische Copulas	70
4.3.3	Simulation von Copulas und Randverteilungen.....	74
4.4	Anwendung im Unternehmen	75
5	BEWERTUNG, WERTSCHÖPFUNG, KAPITAL.....	79
5.1	Die Bewertung	79
5.2	Wertveränderung.....	82
5.3	Verfügbares und benötigtes ökonomisches Kapital	82
5.3.1	Die Kapitalkosten in Form einer Risikomarge	85
5.4	Beispiel.....	87
5.5	Performance.....	89
5.6	Weiterführende Bemerkungen	91
6	KAPITALALLOKATION.....	93
6.1	Definition der Kapitalallokation.....	93
6.2	Verschiedene Allokationsmethoden und Beispiele	95
6.2.1	Proportionale Allokation	95
6.2.2	Euler Allokation	95
6.3	RoRAC Verträglichkeit.....	98
6.4	Weiterführendes	100

7	UNTERNEHMENSSTEUERUNG UND AUFSICHTSRECHT	103
7.1	Die BaFin und der europäische Kontext	103
7.2	Solvency II und Basel III.....	104
7.2.1	Beispiel: Solvency II.....	105
7.3	Enterprise risk management mit Quantitativen Elementen	107
7.4	Ökonomisches Reporting am Beispiel von Versicherungen	109
7.5	Weiterführendes	112
8	LITERATURVERZEICHNIS	115

EINLEITUNG

Ob man Risiken mag oder nicht: Sie sind da und lassen sich nicht vollständig umgehen. Wenn der Begriff auch oft negativ besetzt ist, sind Risiken nicht an sich schlecht, und Unsicherheit ist oft von Vorteil.

Im mathematischen Sinne ist ein Risiko die mögliche Abweichung eines Ergebnisses von der Erwartung, in einem Zufallsexperiment. Im finanzwirtschaftlichen Sinne ist es die Veränderung eines Finanzwertes von der Erwartung, bei Unsicherheit. In beiden Fällen wird zunächst nicht unterschieden, ob es sich um eine positive oder negative Abweichung handelt.

Üblicherweise lassen sich mit der Übernahme von Finanz- und Versicherungsrisiken Gewinne erzielen – dabei ist wiederum die Sichtweise relevant, wie man einen Gewinn definiert.

Dem Risikomanagement liegt zugrunde, dass man Risiken überhaupt erkennt. Nach der Risiko-Identifikation erfolgt die qualitative und quantitative Einordnung. Anschließend werden Risiken nach gewissen Regeln ge-„managed“, also wissentlich eingegangen oder vermieden, erhöht oder reduziert.

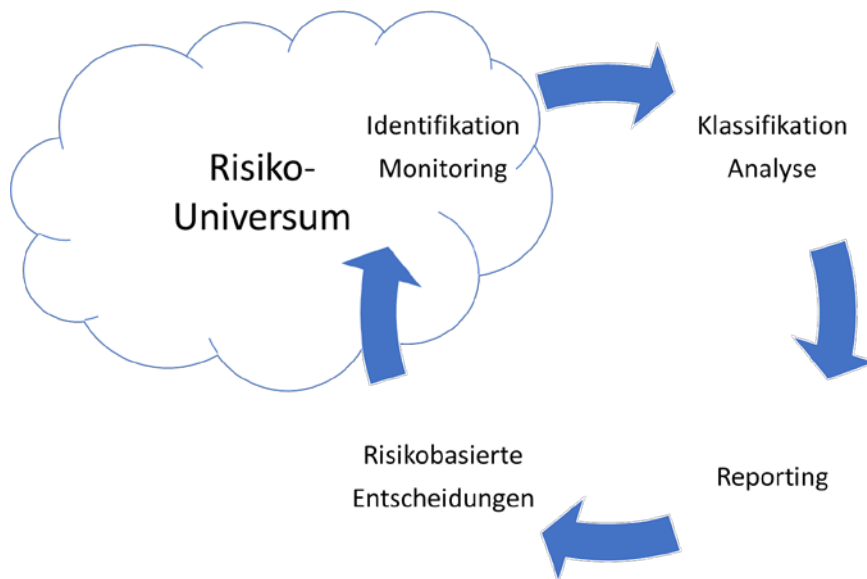


Abbildung 1: Abstrahierter Risikomanagement-Zyklus

Das quantitative Risikomanagement bildet den theoretischen Rahmen, um Risiken zu quantifizieren, Portefeuilles von Risiken zu analysieren und zu steuern.

Für jedwede Finanzunternehmung ist es wichtig, sich ein robustes Risikomanagement zu definieren und im Kern der Unternehmung zu verankern. Das gilt genaugenommen für alle Unternehmungen – aber in Nicht-Finanzunternehmen liegen die Risiken häufig in Bereichen, die nicht natürlich „quantifizierbar“ sind, oder auch schlicht nicht aktiv zu managen. Dort liegen die Kriterien eher in der

Erkennung der Risiken, deren eher qualitativer „Bewertung“, zum Beispiel als „nicht bedrohlich“ oder „bedrohlich“, und anschließender Vorsorge.

Für ein Finanzunternehmen müssen die Metriken zur Risikomessung festgelegt werden, die Risikopräferenzen sowie die Risikotoleranzen. Dies wird dann mit Prozessen komplettiert, wie und in welchen Frequenzen oder aufgrund welcher Beobachtungen die entsprechenden Kennziffern produziert und aktualisiert werden, wie sie berichtet und dokumentiert werden, und welche Entscheidung auf welcher Ebene getroffen werden darf, beziehungsweise muss.

Wichtig ist, Risiken als Ganzheit zu begreifen, und als zufällige Änderung in einer vorgegebenen Zeitspanne. Wenn ein Kredit ausgegeben wird, muss man den Wert dieser Zusage bestimmen. Zunächst wird Zeitwert von Geld bestimmt, aber dann kommen verschiedene Risiken dazu, die mitbewertet werden müssen: Zum einen gibt es das Risiko von Zahlungsverzögerungen und das Ausfallrisiko, aber dagegen steht ein loss given default. Wenn das Eigenkapital in einer anderen Währung als der Kredit ermittelt wird, kommen Währungsrisiken hinzu. Weiter hat der Kredit möglicherweise Abhängigkeiten zum restlichen Portefeuille – halte ich vielleicht Aktien der Firma, der ich den Kredit gewähre? Dazu kommen aber auch operationelle Risiken, wie Gesetzesänderungen oder schlechte Vertragstexte, oder Reputationsrisiken, die schwer zu quantifizieren sind, aber nicht vernachlässigbar sind. Und selbst wenn ich einige Risiken weitergeben kann, kommen wiederum andere hinzu – nehmen Sie das Beispiel eines Hedges: Wenn Sie das Basisrisiko absichern, kommt vielleicht wieder ein Ausfallrisiko hinzu oder eine Abhängigkeit mit anderen Risiken im Portefeuille.

Für die Unternehmensführung einschließlich Vorstand und Aufsichtsrat, für mögliche Anleger und Investoren und für Aufsichtsbehörden ist die Eigenkapitalunterlegung und die strategische, gewinnbringende Allokation des Kapitals wichtig. Systematische Verluste oder brachliegendes Kapital dienen der Nachhaltigkeit nicht.

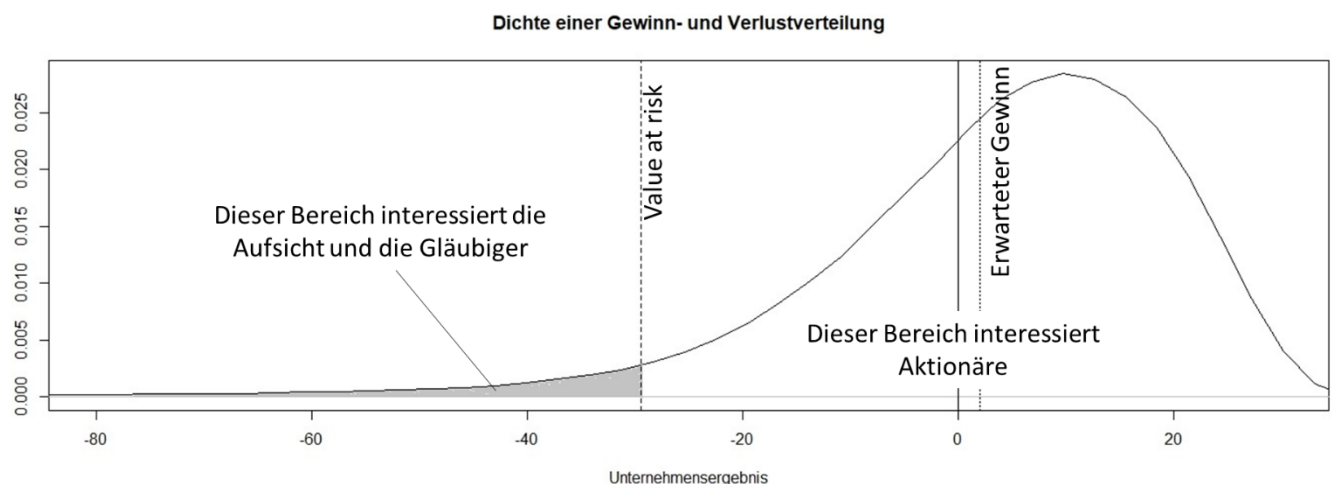


Abbildung 2: Schematische Gewinn- und Verlustverteilung eines Unternehmens

Im QRM wird das Risikomanagement als quantitative Disziplin verstanden, die Mittel der Mathematik und daraus insbesondere die Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik einsetzt.

Zur erweiterten Disziplin des QRM gehört auch die Modellierung von Risiken, und die Bewertung von Risiken. Mit der Möglichkeit, komplexe Produkte zu entwickeln, vorrangig durch den Fortschritt in der Computertechnik, entwickelte sich auch die Komplexität der Modelle. Wenn besonders schnell Handel getrieben werden kann oder schnell auf Indikatoren reagiert wird, oder wenn riesige Datenmengen zur Bewertung herangezogen werden, ist die Definition der Modelle, die Analyse der Stärken und Schwächen der Modelle und das Verständnis der getroffenen Annahmen und Voraussetzungen überlebenswichtig für die Unternehmung. Zu den Ursachen der Finanzkrise 2007+ (der sogenannte Credit Crunch), die auch heute noch ihre Auswirkungen zeigt, gehörte auch eine Modellgläubigkeit, die in diesem Falle ungerechtfertigt war.

Modelle können, wenn sie nicht ausreichend beschrieben und verstanden sind, außerhalb ihrer natürlichen Grenzen großen Schaden anrichten, der dann a posteriori sehr gut mit dem Versagen der wesentlichen Prozesse, Konzepte und Methoden erklärt werden kann:

- Gültigkeit der möglichen Ergebnisse,
- Gültigkeit der Annahmen,
- Validierung der gewählten Methoden,
- Validierung der Modellumsetzung,
- Verständlichkeit,
- die Einbettung der Modelle und ihrer Verwendung in das gesamtheitliche Risikomanagement.

Hier sehen wir, dass zwar die Methoden des QRM dem starken Formalismus der Mathematik folgen müssen, aber dass die Anwendung im Unternehmen ein starkes qualitatives Risikomanagement voraussetzt und die Angemessenheit der Daten, Parameter, Methoden, Modelle kontinuierlich überprüft werden muss.

Das klingt einfach, aber es ist unglaublich schwierig in sauberen Prozessen umzusetzen. Trotz aller Kosten sollte ein leichtfüßiges Zusammenspiel von quantitativem Risikomanagement und qualitativem Risikomanagement jedoch im Interesse jedes Unternehmens sein.

Auch wenn Modelle falsch verwendet werden können, kann man auf QRM Methoden nicht verzichten – die möglichen Analysen und das tiefere Verständnis des Zusammenspiels von Risiken erlauben eine bessere Unternehmenssteuerung.

	Was ich über das Risiko weiß	Was ich über das Risiko nicht weiß
Was vom Risiko bekannt ist		
Was vom Risiko unbekannt ist		

Abbildung 3: Johari-Fenster zu Risikowahrnehmung

Wir werden im Folgenden davon ausgehen, dass wir das wissen, was über die Risiken bekannt ist. Die Unsicherheiten, die sich daraus ergeben, dass wir größere Zusammenhänge nicht kennen, müssen mitbehandelt werden, zum Beispiel in Form des Modellrisikos. Die „unknown unknowns“¹ können wir im quantitativen Risikomanagement nicht behandeln.

In diesem Kurs werden wir das QRM im Kontext der Finanz- und Versicherungsrisiken erschließen. Selbstverständlich handelt es sich hier nur um ausgewählte Themen, die allerdings ausreichend Einblick und Methoden an die Hand geben sollen, um später Lücken zu schließen, die sich bei vertiefter Betrachtung auftun.

Wir betrachten folgende Bereiche:

- Risikodefinition
- Risikomessung
- Abhängigkeiten von Risiken und Diversifikation
- Empirische Bestimmung und Monte-Carlo Ansätze
- Die ökonomische Bilanz und das ökonomische Kapital
- Kapitalallokation
- Unternehmenssteuerung und Aufsichtsrecht

Bitte beachten Sie, dass die im Skript präsentierte Theorie wie die Spitze eines Eisberges über mehreren wichtigen mathematischen Bereichen liegt. Wenn Begriffe nicht umfassend definiert werden oder Beweise übersprungen werden, so ist es wichtig, dass Sie die Begriffe und Eigenschaften verwenden können und sich des theoretisch korrekten Zusammenhanges bewusst sind, auch wenn er sich nicht vollumfänglich erschließt oder teilweise im Verborgenen bleibt. Dann können Sie im Fall einer notwendigen Vertiefung oder Verifizierung am vorliegenden Material aufsetzen. Daher sind die allgemeineren Definitionen und Sätze hier angeführt.

¹ Der Begriff der unknown unknowns wurde von Donald Rumsfeld 2002 in einer Pressekonferenz zum Irakkrieg allgemeiner bekanntgemacht.

KAPITEL 1: RISIKODEFINITION UND RISIKOMASSE

Lernergebnisse des Kapitels

- Sie kennen die mathematische Risikodefinition.
- Sie können Risikomaße definieren und gewünschte Eigenschaften benennen.
- Sie kennen Beispiele für statistische Risikomaße, können deren Vor- und Nachteile beschreiben und ihre Auswirkung auf Ihre Risikosteuerung angeben.
- Sie können wichtige Risikomaße berechnen.

1 RISIKODEFINITION UND RISIKOMASSE

Bevor wir uns mit quantitativem Risikomanagement befassen können, müssen wir Risiken „messen“ können. Das bedeutet, dass wir der Unsicherheit „irgendeine“ Zahl zuordnen müssen. Die Funktion, die uns zu einem Risiko eine Zahl liefert, heißt Risikomaß.

Jetzt kann man sich fragen, ob „eine Zahl“ einem Risiko gerecht wird – und die Antwort ist natürlich nein. Um mit Risiken zu arbeiten, benötigt man im Zweifel die ganze Verteilung – allerdings muss man sich für die Risikoanalyse auf Kriterien festlegen, die in der Unternehmenssteuerung Sinn ergeben, und die man verständlich vermitteln kann.

Üblich ist die Vorstellung, dass die zugeordnete Zahl einen ökonomischen Wert darstellt, einen Geld- bzw. Ergebnisbetrag.

1.1 Risikodefinition

Bezeichne $\mathcal{M} = \mathcal{M}(\Omega, \mathbb{R})$ die Menge der reellwertigen Zufallsvariablen² auf unserem Wahrscheinlichkeitsraum Ω .

Definition (Risiko)

Ein Risiko ist eine Zufallsvariable $X \in \mathcal{M}$, die eine Wertveränderung in einem vorgegebenen Zeitraum darstellt.

Wir gehen im Folgenden davon aus, dass die Definition der Wertveränderung und der vorgegebene Zeitraum für alle Risiken für die jeweilige Analyse identisch ist – sonst sind die Risiken nicht vergleichbar und lassen sich nicht konsistent bearbeiten.

Beispiel: Sie betrachten Ihr Unternehmensergebnis im laufenden Kalenderjahr oder Ihre kumulierten Unternehmensergebnisse in den nächsten 5 Jahren oder die Tagesverluste des Anlageportefeuilles.

Ein Risiko kann unterschiedliche Ursachen für die Wertveränderung in sich tragen. Wenn man diese identifizieren kann, nennt man sie Risikofaktoren.

Wenn wir von einem Portefeuille von Risiken sprechen, so ist das ein Tupel (X_1, X_2, \dots, X_n) von Risiken $X_1, X_2, \dots, X_n \in \mathcal{M}$.

Da wir meist eine Wertveränderung des Portefeuilles untersuchen, interessiert uns dann das Portefeuillerisiko $X = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$, und f ist oft einfach die

² Sei im Folgenden im ganzen Skript ein Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ gegeben. Ein $\omega \in \Omega$ heißt Ereignis, \mathcal{F} ist eine σ -Algebra und \mathbb{P} ist ein Wahrscheinlichkeitsmaß. Die Begriffe σ -Algebra und Messbarkeit sind in der axiomatischen Wahrscheinlichkeitstheorie sehr wichtig. Für unseren Einstieg in das QRM soll uns der Hintergrund nicht weiter interessieren.

Summe $X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$. Die X_i kann man als Teilrisiken bezeichnen oder, je nach Typ, ebenfalls Risikofaktoren.

Risikofaktoren (risk factors) und Risikotreiber (risk drivers) werden häufig synonym benutzt und sind Faktoren, deren Realisierung das Risiko beeinflusst.

Kann man Risikofaktoren in Gruppen bündeln, so nennt man diese Gruppen Risikokategorien.

Beispiele: (Sei der Zeithorizont ein Jahr)

- Sei X eine Kleinschadenverteilung, also $X \in \mathcal{M}$, und zum Beispiel die Menge $\{X > 7\}$ bedeutet: Der Schaden ist größer als 7. Sei X zum Beispiel Weibullverteilt, geschrieben als $X \sim \mathcal{W}(k, \lambda)$. Die Weibullverteilung hat die Dichte $f(x) = k\lambda x^{k-1} e^{-\lambda x^k}$. Seien $k = 1,5$, $\lambda = 1$. Dann sieht die Dichte der Verteilung aus wie in der folgenden Abbildung. Der Erwartungswert ist gestrichelt.
- Wenn wir zur Übernahme von Risiko X eine Prämie P erhalten, also wenn wir das Risiko $Y := X - P$ betrachten, verschiebt sich die Schadenverteilung und ihre Dichte um P nach links, aber sie behält die Form. Ein negativer Wert ist ein „negativer Schaden“, also ein Gewinn: Man hat in diesem Ereignis die Prämie nicht ganz in Schäden ausgezahlt.

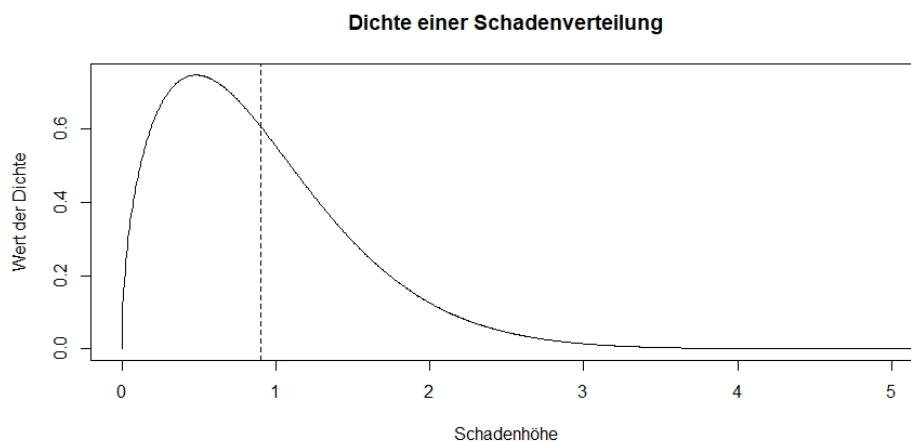


Abbildung 4 Schadenverteilung ohne Prämie

- Sei $Z := P - X$ mit P und X aus vorhergehendem Beispiel. Dann ist Z eine Gewinn- und Verlustverteilung. Also ist die Einnahme der Prämie das Maximum und negative Werte von Z sind Verluste. In diesem Falle wäre die obige Graphik an der y-Achse gespiegelt und zur Prämie verschoben. In diesem Falle müssten Sie nach links schauen, wenn Sie die nachteiligen Ergebnisse suchen.
- Analog können wir eine Schadenreserve oder andere Rückstellung für eine Zahlung in USD betrachten, deren Höhe in den nächsten 12 Monaten „ausgewürfelt“ wird. Wenn wir die dann zu dem dann gültigen Wechselkurs USD/EUR stellen müssen, hat das Risiko „Schadenhöhe in EUR“ zwei Risikofaktoren: einmal die Schadenhöhe in Originalwährung und einmal den Wechselkurs.

- Die Schadenreserve kann auch diskontiert gestellt werden, dann hätten wir auch ein Zinsrisiko. Wir können uns vorstellen, dass die drei Risikofaktoren mit einer gewissen Abhängigkeit versehen sind, also nicht völlig unabhängig „ausgewürfelt“ werden.
- Betrachten wir ein ganzes Anlageportefeuille, so kann man das ganze Portefeuille als Risiko sehen oder als Summe der einzelnen Anlageklassen, also beispielsweise Aktien, Staatsanleihen, Unternehmensanleihen, Immobilien.
- Die Risikokategorien, in die man üblicherweise das Anlageportefeuille unterteilt, sind Marktrisiken und Kreditrisiken. Das Kreditrisiko wird von den Risikofaktoren Ausfallrisiko und Migrationsrisiko beeinflusst, das „spread risk“ ist Teil der Marktrisiken. Häufig werden aus dem Marktrisiko das Zinsrisiko und das Wechselkursrisiko separat betrachtet.

Beachten Sie, dass Sie als Risikomanager manchmal „Schadenverteilungen“ betrachten, die die Schadenhöhen als positive Werte geben („Ein Schaden von 1.000€“ und nicht „Ein Schaden von -1.000€“) und manchmal Gewinn- und Verlustverteilungen betrachten, bei denen üblicherweise Gewinne positiv sind und Verluste negativ („ein Jahresergebnis von 1.000€“ ist ein Gewinn und ein „Jahresergebnis von -1.000€“ ist ein Verlust).

In den Definitionen und Beispielen der nächsten Kapitel haben wir uns für die „Schadenverteilungssicht“ entschieden. Das heißt: Ein positiver Wert ist ein Verlust.

Um dann mit Gewinn- und Verlustverteilungen zu arbeiten, müssen Sie alles „umschreiben“, also statt Zufallsvariable X die Variable $-X$ betrachten.

Wenn Sie ein Portefeuille aus mehreren Risiken untersuchen, müssen alle Risiken in die gleiche Richtung zeigen! In der Praxis, bei der Analyse von Risikoportefeuilles, ergeben sich hieraus häufig Fehler, insbesondere wenn Daten aus verschiedenen Abteilungen und Systemen stammen.

Wenn Sie in Artikel oder Bücher schauen, müssen Sie sich vergewissern, ob eine Sicht mit positiven oder mit negativen Werten für Verluste vorliegt!

1.2 Arten von Risikomaßen

Nehmen wir an, wir haben unterschiedliche Schadenverteilungen und müssen zwischen ihnen wählen, oder wir haben ein Portefeuille von Risiken und wollen Entscheidungen treffen, ob und wie wir die Zusammensetzung des Portefeuilles verändern wollen. Als Risikomanager müssen wir diese Verteilungen „bewerten“, um anschließend Risiken im Portefeuille zu managen.

Zunächst aber müssen wir Risiken messen können. Man unterscheidet im Wesentlichen drei Arten.

1.2.1 Faktorbasiert

Für faktorbasierte Risikomaße werden Risikokennziffern mit Faktoren belegt, und addiert (oder wiederum gewichtet addiert, zum Beispiel mit Korrelationskoeffizienten). Beispielsweise kann man festlegen, dass man vom Marktwert der

Aktien 20 % Verlust als Risiko ermittelt, und 10 % vom Anlageportefeuille und beide Werte mit einem Abschlag von 25 % addiert, um einer gewissen Diversifikation Rechnung zu tragen.

Hierzu gehören zum Beispiel die Standardformel-Ansätze in Solvency II, Basel III.

Das ist zwar eine einfache Methode, ähnlich zu „Daumenregeln“. Aber es setzt voraus, dass man Zusammenhänge kennt, wie sich Werte gemeinsam verändern, und Kennziffern und Faktoren und Regeln ermitteln kann. Das geht nur in einer gewissen Umgebung eines Referenzportefeuilles – für größere Abweichungen des Portefeuilles sind dann die Faktoren unangemessen oder nicht ohne Weiteres validierbar.

Genau hier liegt die Schwäche: Die feineren Charakteristiken der Risiken im speziellen Portefeuille und ihres Zusammenwirkens können nicht richtig abgebildet werden, zum Beispiel Hedges, unterschiedliche Zahlungszeitpunkte, Abhängigkeiten. Häufig werden daher (versteckte) Sicherheitsmargen in die Berechnung eingebaut. Spätestens dann ist eine risiko-adjustierte ökonomische Steuerung mit diesen Maßen nicht möglich.

1.2.2 Verteilungsbasiert

Hier wird die Schadenverteilung oder die Gewinn- und Verlustverteilung ausgewertet. Diese Maße werden wir im Folgenden untersuchen. Wenn mit guten verteilungsbasierten Risikomaßen zwar eine sehr genaue Messung möglich ist, die dem spezifischen Risikoprofil des Unternehmens angemessen ist, ist der Hauptkritikpunkt die vorgespülte „Präzision“: In der Praxis ist die gemeinsame Verteilung nicht zweifelsfrei bekannt. Insbesondere die selteneren Ereignisse sind bei der Risikovorsorge von Wichtigkeit, und gerade für die hat man wenige Messpunkte. Stellen Sie sich ein starkes Erdbeben in Kalifornien, wie das im Jahr 1906, vor oder gar noch stärker: Wie wirkt sich dieses Ereignis auf Kapitalmärkte, auf das Kundenverhalten und die Schäden in Ihrem Portefeuille aus – tatsächliche Sachschäden, Todesfälle, Krankheiten, Betriebsunterbrechungen, und so weiter. Oder allein die Kreditkrise 2009 („credit crunch“): Diesem Ereignis eine Wahrscheinlichkeit zuzuordnen ist schwierig (a priori und a posteriori) und die Auswirkungen (Abhängigkeiten) in diesem Ereignis abzuschätzen ebenfalls.

In der Unternehmenspraxis liegen einer gemeinsamen Verteilung viele Annahmen zugrunde, einmal in der Form der Einzelrisikoverteilung und einmal in den Abhängigkeiten zwischen den Risiken. Diese Annahmen allerdings haben eine materielle Auswirkung auf das Ergebnis der Risikomessung. Unsauber geschätzte Verteilungsparameter können das ermittelte Risiko gegenüber dem realen Risiko um ein Vielfaches unter- (oder über-)schätzen.

Beispiele für verteilungsbasierte Risikomaße sind der im weiteren Kapitel definierte Value-at-Risk und der Expected Shortfall.

1.2.3 Szenariobasiert

Im szenariobasierten Ansatz werden Ereignisse für eine gemeinsame Realisierung der Risiken im Portefeuille erarbeitet, die der gewünschten Risikotoleranz entsprechen. Das müssen keine unwahrscheinlichen Ereignisse sein, sondern können auch durchaus wahrscheinliche Szenarien sein wie ein ungeordneter Brexit.

Zunächst geht man hier qualitativ vor, um solche Szenarien auszuarbeiten: Was können wir uns für Ereignisse vorstellen, die mehrere Risikotreiber beeinflusst, die in unserem Portefeuille materiell sind. Dann wird untersucht, wie sich in solchen Szenarien die Wertveränderung der einzelnen Anlagepositionen und Verbindlichkeiten aussieht. Als Beispiel: großes Erdbeben in Japan, mit anschließendem Einbruch der Japanischen Aktien um x %, Bonitätsverlust Japanischer Anleihen, Ausfall von 50 % der Japanischen Retrozessionäre und so weiter. Dann wird jedes dieser Risikoszenarien auf das Unternehmensportefeuille angewandt. Die ermittelten Wertveränderungen werden dann addiert, um den Risikobetrag zu erhalten.

Wenn man zum Beispiel eine Minimalkapitalunterlegung damit errechnen möchte, werden mehrere solcher schlechten Szenarien errechnet und dann die ermittelten Risikobeträge der Szenarien mit Wahrscheinlichkeiten gewichtet addiert.

Der Vorteil ist, dass man hier sprechende Zahlenbeispiele erhält, die viele Mitarbeiter erreichen. Bei wenigen Risikofaktoren im Portefeuille ist dies auch gut umzusetzen.

Die Schwierigkeiten liegen vorrangig in den Entscheidungen, was angemessene Szenarien sind, wie sie zu definieren sind, und wie sie anschließend gewichtet werden.

In einem sehr guten, ganzheitlichen Risikomanagement (bei ausreichender Komplexität des Portefeuilles) kommen alle diese Methoden mehr oder weniger explizit nebeneinander und ergänzend zur Anwendung. Auch sorgen die verschiedenen Ansätze für ein vertieftes Risikoverständnis und eine gegenseitige Kontrolle: Eine Anforderung an die Konsistenz der Faktoren, der Verteilungen und der Szenarien bringt zusätzliche Prozesse, Kommunikation und Qualitätssicherung.

1.3 Definition des Risikomaßes

Def. Risikomaß

Sei $D \subseteq \mathcal{M}$ eine geeignete Teilmenge von Zufallsvariablen.

Ein Risikomaß ρ auf D ist eine Funktion $\rho: D \rightarrow \mathbb{R}$, $X \mapsto \rho(X)$.

Folgende Eigenschaften sind gewünscht:

Kohärentes Risikomaß
(Mono) ρ ist monoton, d. h. $\rho(X) \leq \rho(Y)$ für alle $X, Y \in D$ mit $X \leq_{st} Y$ (stochastische Ordnung) ³
(Inv) ρ ist translationsinvariant, d. h. $\rho(X + c) = \rho(X) + c$ für alle $X \in D$ und $c \in \mathbb{R}$
(SubA) ρ ist subadditiv, d. h. $\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$ für alle $X, Y \in D$
(PosH) ρ ist positiv homogen, d. h. $\rho(cX) = c\rho(X)$ für alle $c > 0$ und $X \in D$

Wie man an den Definitionen sieht, sollte die „geeignete“ Menge D , auf der das Risikomaß definiert ist, idealerweise ein Kegel im mathematischen Sinne sein: Wenn $X, Y \in D$, dann ist auch $X + Y \in D$, und $cX \in D$ für $c > 0$, sonst können Sie die Eigenschaften schon gar nicht überprüfen.

Wozu fordern wir diese Eigenschaften von Risikomaßen?

- **Monotonie:** Wenn ein Risiko mit höherer Wahrscheinlichkeit höhere Schäden zeigt als ein anderes, dann soll das Risikomaß dieses Risiko auch höher bewerten. Die stochastische Ordnung ist eine Halbordnung, aber wenn zwei Zufallsvariablen so vergleichbar sind, soll das Risikomaß auch intuitiv richtig auswerten.
- **Translationsinvarianz:** Wenn ich zu den Ergebnissen einer Zufallsvariable immer einen festen Wert c hinzuaddiere, dann soll der Risikowert der gleiche sein, plus c . Die Konstante soll sonst keine Auswirkungen auf Risikokennziffern haben, da sich die Unsicherheit nicht verändert, sondern nur den festen Betrag verschiebt.
 - Es ist wichtig im Hinterkopf zu behalten, dass in unserer Risikodefinition ein Schaden positiv ist. Daher erhöht sich das Risiko, wenn wir einen Betrag addieren!

³ Stochastische Ordnung: für $X, Y \in \mathcal{M}$ gilt $X \leq_{st} Y$ wenn $F_X(x) \geq F_Y(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$, also wenn die Verteilungsfunktion von X oberhalb derer von Y liegt.