

Mathematischer Vorkurs

1 Zielgruppe

Studienanfänger/innen in allen Physik-Studiengängen.

2 Zielsetzung

Auffrischen des mathematischen Schulstoffes, der zu Beginn des Physikstudiums notwendig ist. Je nach Umfang des Schulstoffes werden auch Lücken durch unterschiedliche Lehrpläne geschlossen.

3 Organisation

Der Vorkurs dauert zwei Wochen. Am Vormittag und am Nachmittag wird jeweils eine Vorlesung von je 90 Minuten gehalten. Anschliessend gibt es Übungen in kleineren Gruppen, in denen Aufgaben gerechnet und besprochen werden.

4 Vorlesungsinhalt (nur erste Orientierung)

1. Grundlagen

- Zahlensysteme, Grundrechenarten, Bruchrechnung mit Variablen
- Potenzgesetze, Logarithmengesetze, Termumformungen

2. Gleichungen

- Elementare Trigonometrie, $\sin(x)$, $\cos(x)$, Sinussatz, Kosinussatz
- Gleichungen, lineare Gleichungen
- quadratische Gleichungen
- Gleichungen mit Wurzeln und Beträgen
- Ungleichungen
- lineare Gleichungssysteme, Matrizen, Determinanten, Regel von Sarrus, Cramersche Regel zur Lösung linearer Gleichungssysteme

3. Funktionen

- elementare Funktionen: Polynome, $\sin(x)$, $\cos(x)$, e^x , $\ln(x)$, $\sinh(x)$, $\cosh(x)$, $\operatorname{arcsinh}(x)$, ... : wichtige Eigenschaften, Beziehungen untereinander
- Parameter in Funktionen, Bestimmung aus bekannten Funktionswerten
- Funktionen mit mehreren Variablen

4. Vektorrechnung

- Vektoren
- Koordinatensysteme
- Skalarprodukt, Vektorprodukt
- lineare Abbildungen

5. Komplexe Zahlen

- Rechnen mit komplexen Zahlen

- Darstellungen (kartesisch, polar)
- Funktionen mit komplexen Argumenten (z.B. $\sin(x + iy)$)
- Beziehung zwischen Funktionen mit komplexen Argumenten

6. Differentialrechnung

- Differentialquotient, physikalische Bedeutung
- Ableitungsregeln (Summen-, Produkt-, Quotienten-, Kettenregel)
- Ableitungen von Vektoren
- Taylorentwicklung

7. Integralrechnung

- Definition eines Integrals, elementare Eigenschaften
- Integration elementarer Funktionen
- Integrationsregeln (Substitution, partielle Integration)

5 Beispielaufgaben aus den letzten Jahren

1. Bestimmen Sie die Ableitungen von

$$f_1(x) = \cos(x^3), \quad f_2(x) = \cos^3(x), \quad f_3(x) = x^x.$$

2. Bestimmen Sie eine Stammfunktion von $f(x) = \sin(x) \exp(-ax)$.

3. Bestimmen Sie den Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(x)}{x}.$$

4. Stellen Sie $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{10}$ in der Form $a + ib$ dar.

5. Bestimmen Sie

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

6. Bestimmen Sie eine Matrix M , die eine Rotation um die z -Achse mit dem Winkel $\pi/4$ beschreibt.

7. Entwickeln Sie $g(x) = \exp(-ax^2) \sin(x)$ in eine Taylorreihe bis zur dritten Ordnung.